不完備情報下の均衡概念の基礎理論

——ベイズ＝ナッシュ均衡と完全ベイズ均衡——

有　定　愛　展

（受付　1999年5月12日）

目　　　次

1. 序　　　論

本稿の目的は，不完備情報ゲームの均衡概念について基礎的な考察を行うことにある。不完備情報ゲームはHarsanyi（1967–1968）によって開発され，以来，多くの経済モデルが不完備情報ゲームとして分析されてきた。もちろん，これらの分析においては不完備情報ゲームの均衡概念が用いられるが，それは一般にベイズ＝ナッシュ均衡という名称で呼ばれるものである。しかしながら，このベイズ＝ナッシュ均衡という概念は，実は相当に複雑な概念であり，慎重な検討を必要とする。取り扱う経済モデルが単純化されると，それにともなって均衡概念の定義も単純に感じられることも多いが，実はベイズ＝ナッシュ均衡の概念は決して単純ではない。

また，通常の静学的な不完備情報ゲームのみならず，動学的な不完備情報ゲームを取り扱う場合は，さらに慎重な検討が必要である。動学的な不完備情報ゲームの代表はシグナリング・ゲームであるが，これはSpence（1973）によって開発された。このシグナリング・ゲー

ムの均衡概念は，完全ベイズ均衡という名称が与えられているが，この完全ベイズ均衡の概念も実は相当に複雑である。

近年，情報経済学の発展にともない，ベイズ＝ナッシュ均衡の概念も完全ベイズ均衡の概念も極めて頻繁に利用されている[1)]。われわれも，既にこれらの均衡概念を利用して，各種の経済分析を行っている（拙稿（1992a, 1992b, 1995, 1999）を参照)。本稿は，あらためて静学的および動学的な不完備情報ゲームの均衡概念に言及することによって，これらの分析に先立つべき基本的なツールを整備しようとするものである。なお，本稿における議論は，Friedman（1986)，Fudenberg and Tirole（1991)，Gibbons（1992)，細江編（1989）から多くを教示されている。さらに議論を深める場合には，これらの文献を参照することが極めて有益である。

2. 不完備情報ゲーム

2.1 完備情報ゲーム

一般に非協力ゲームは，プレイヤーの集合 $N=\{i \mid i=1, 2, \cdots, n\}$，各プレイヤー i の戦略の集合 $S_i\ (i \in N)$，および各プレイヤー i の利得関数 $P_i\ (i \in N)$ の 3 要素から構成される。そして $S=S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n$ とし，また $P(s)=(P_1(s), P_2(s), \cdots, P_n(s))$ とするとき，非協力ゲームは端的には，標準型として，

$$\Gamma=(N, S, P)$$

とあらわされる。

ところで，通常，各プレイヤーは，これらゲームの構成要素すなわちゲームの構造について，正確な知識をもっていると仮定されている。すなわち，各プレイヤー i は，プレイヤー集合 N，すべての戦略集合 $S_j\ (j \in N)$，およびすべての利得関数 $P_j\ (j \in N)$ について正確な知識をもっている。このように，各プレイヤーがゲームの構造を正確に知っているゲームは，完備情報ゲームと呼ばれる。あるいは共有知識の概念を用いて述べるならば，完備情報ゲームとは，プレイヤーたちのあいだでゲームの構造が共有知識となっているゲームである。ただし，ある事柄 F が共有知識であるとは，

① 各プレイヤーは F を知っている

1） 1980年代後半から今日にかけて，不完備情報等の新しい概念を導入したゲーム理論関係の書物やゲーム理論を応用した経済関係の書物が数多く登場した。ゲーム関連では，Friedman (1986)，Fudenberg and Tirole（1991)，Gibbons（1992)，Myerson（1991)，Osborne and Rubinstein（1994)，Rasmusen (1989)，細江編（1989)，岡田（1996)，鈴木（1994）などである。経済関連では，Kreps (1990a, 1990b)，Milgrom and Roberts (1992)，Tirole（1988)，細江（1987)，村田（1992, 1995)，酒井（1990)，新海（1993）などである。

② 各プレイヤーは「各プレイヤーはFを知っている」ことを知っている

③ 各プレイヤーは『各プレイヤーは「各プレイヤーはFを知っている」ことを知っている』ことを知っている

⋮

というように，すべてのプレイヤーのあいだに，Fに関する無限の知識の系列が存在することをいう[2)]。

定義1 完備情報ゲーム $\Gamma^C = (N, S, P)$ とは，各プレイヤー i がプレイヤー集合 N，戦略集合 $S_j\ (j \in N)$，および利得関数 $P_j\ (j \in N)$ を知っているゲームであり，ただし，この情報構造そのものは共有知識になっている。

2.2 不完備情報ゲーム

ゲーム理論においては，とくに断りがない限り，取り扱われているゲームは完備情報ゲームである。これに対して，完備情報ゲームでないゲームは不完備情報ゲームと呼ばれる。不完備情報ゲームの概念は，およそのところ，このとおりであるが，しかしながら完備情報ゲームでないものを不完備情報ゲームと呼ぶことは，定義としては消極的である。不完備情報ゲームを積極的に定義するには，プレイヤーのタイプという概念を導入することが必要である。ここに，プレイヤーのタイプとは，もっとも単純には，弱気であるとか強気であるとかのプレイヤーの何らかの特性と考えればよい。そして，このプレイヤーのタイプに関する知識が各プレイヤーのあいだで共通でないとして，以下に述べるように不完備情報ゲームが定義される。

いま，プレイヤーの集合を，

$$N = \{i \mid i = 1, 2, \cdots, n\}$$

とする。各プレイヤー i の戦略の集合は $S_i\ (i \in N)$ とし，また，

$$S = S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n$$

とする。集合 S の要素は $s = (s_1, s_2, \cdots, s_n)$ と書かれるが，これはすべてのプレイヤーの戦略の組をあらわしている。各プレイヤー i の利得は，通常はこの戦略の組 s に依存するが，ここではプレイヤーたちの戦略だけでなく，プレイヤーたちのタイプにも依存すると想定する。各プレイヤー i のタイプを t_i，その集合を T_i とし，また，

$$T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$$

としよう。集合 T の要素は $t = (t_1, t_2, \cdots, t_n)$ と書かれるが，これはすべてのプレイヤーのタイプの組をあらわしている。各プレイヤー $i\ (\in N)$ の利得は，戦略の組およびタイプの組に依

2） 共有知識の厳密な定義についてはAumann（1976）を参照。

存し，

$$P_i(s,t)=P_i(s_1,s_2,\cdots,s_n,t_1,t_2,\cdots,t_n)$$

というかたちをとることになる。なお，$P(s,t)=(P_1(s,t),P_2(s,t),\cdots,P_n(s,t))$ と書くこともある。

ところで，このとき各プレイヤー i は，自分のタイプ t_i は知っているが，他のプレイヤーたちのタイプ t_{-i} は知ることができないとする。ただし，

$$t_{-i}=(t_1,\cdots,t_{i-1},t_{i+1},\cdots,t_n)$$

であり，また，

$$T_{-i}=T_1\times\cdots\times T_{i-1}\times T_{i+1}\times\cdots\times T_n$$

とする。このように，各プレイヤー i は，自分のタイプ $t_i\,(\in T_i)$ は正確に知ることができるが，他のプレイヤーたちのタイプ $t_{-i}\,(\in T_{-i})$ は正確に知ることができない。各プレイヤー i は，自分のタイプ t_i を知って，他のプレイヤーたちのタイプが何であるかという一つの信念 $\rho_i(t_{-i}\mid t_i)$ をもつにすぎないと想定する。

不完備情報ゲームは，以上に述べたことから定義される。なお，不完備情報ゲームは，しばしばベイズ・ゲームないしはベイジアン・ゲームと呼ばれることもある。

定義 2　不完備情報ゲーム $\Gamma^I=(N,S,P,T,\{\rho_i\})$ とは，各プレイヤー i がプレイヤー集合 N，戦略集合 $S_j\,(j\in N)$，利得関数 $P_j\,(j\in N)$，タイプ集合 $T_j\,(j\in N)$ を知っており，また，自分の信念 ρ_i のみを知っているゲームである。ただし，この情報構造そのものは共有知識になっている。

3.　ベイズ＝ナッシュ均衡

不完備情報ゲームは以上のように定義されるが，それでは，この不完備情報ゲームの均衡概念はどのように定義されるであろうか。これは一つの重要な問題であるが，ハーサニ変換と呼ばれる手法によって解決される。ここではハーサニ変換について説明し，そして不完備情報ゲームの均衡概念，すなわちベイズ＝ナッシュ均衡を定義する。

3.1　整合的な不完備情報ゲーム

まず，ハーサニ変換できるのは，不完備情報ゲームのなかでも，信念に関する整合性の仮定を満たすものに限られることに注意しておく。この信念の整合性の仮定とは，次のとおりである。

仮定 1　すべてのプレイヤーに周知の確率分布 θ が存在して，各プレイヤーの信念 ρ_i に対して，次の条件を満足する。

$$\rho_i\,(t_{-i}\,|\,t_i) = \theta\,(t_{-i}\,|\,t_i) = \frac{\theta(t_{-i} \setminus t_i)}{\sum_{t'_{-i}} \theta(t'_{-i} \setminus t_i)}$$

この仮定1の解釈は次のとおりである。“自然”と呼ばれるランダムメカニズムが存在し，ある周知の確率分布 θ にもとづいてプレイヤーたちのタイプを発生させる。そして，この確率分布 θ にベイズ・ルールを適用することによって，プレイヤーたちの信念 ρ_i のあいだに一つの整合性を与えるということである。この仮定1によって，プレイヤーたちが，当初それぞれに主観的な信念をもっていたゲームが，ベイズ・ルールにもとづく整合的な信念をもつゲームとなるわけである。このようなゲームは，しばしば整合的な不完備情報ゲームと呼ばれる。

定義3　不完備情報ゲーム Γ^I は仮定1を満たすとき整合的な不完備情報ゲームという。

3.2　ハーサニ変換されたゲーム

ハーサニ変換の出発点は，上述のように仮定1を導入することによって，不完備情報ゲーム $\Gamma^I = (N, S, P, T, \{\rho_i\})$ を，整合的な不完備情報ゲーム $\Gamma^I = (N, S, P, T, \theta)$ ならしめることにある。しかしながら，ハーサニ変換における核心は，この整合的な不完備情報ゲーム Γ^I を，最終的に一つの完備情報ゲーム Γ^H に変換するということにある。以下，ハーサニ変換について詳細に述べながら，整合的な不完備情報ゲームが，どのような完備情報ゲームに変換されるかを述べよう。

さて，いま，プレイヤー i には n_i 個のタイプがあるとする。すなわち，プレイヤー i のタイプは，

$$t_i = t_i^1,\ t_i^2,\ \cdots\cdots,\ t_i^{n_i}$$

の n_i 個である。このとき，本来のプレイヤー i は一人だけであるが，タイプ付きのプレイヤー i が n_i 人ほど存在していると解釈しよう。したがって，本来のプレイヤーは n 人だけであるが，タイプ付きのプレイヤーは全部で，

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{n} n_i$$

ほど存在している。もちろん，このようなタイプ付きプレイヤーを想定しても，実際にゲームに参加できるのは，その中から抽出される n 人のプレイヤーである。そしてこの抽出を行うのが，上述のとおり，“自然”と呼ばれるランダムメカニズムである。この自然は，ある確率分布 θ にもとづいて，プレイヤーたちのタイプ $t = (t_1, t_2, \cdots, t_n)$ を発生させ，そうすることによって，特定化されたタイプをもつ n 人のプレイヤーを抽出する。抽出されたプレイヤーは，自分のタイプ t_i は正確に知ることができるが，他のプレイヤーのタイプ t_{-i} は正確に知ることはできない。しかしながら，確率分布 θ にもとづいて，自分のタイプが t_i であるという条件付きで，他のプレイヤーたちのタイプが t_{-i} であるという条件付確率 $\theta\,(t_{-i}\,|\,t_i)$ をもつ

ことができるものとする。すなわち，上述の仮定 1 が満たされるものとする。

これで，当初の不完備情報ゲーム $\Gamma^I=(N, S, P, T, \{\rho_i\})$ は，整合的な不完備情報ゲーム $\Gamma^I=(N, S, P, T, \theta)$ ならしめられた。すなわち，ゲームの開始時点において，自然という架空のプレイヤーが確率分布 θ にもとづいてタイプを発生させ，そして抽出されたプレイヤーは自分のタイプを知ると同時に，他のプレイヤーたちのタイプに整合的な信念をもつことになったわけである。ところで，このとき，ある一つの完備情報ゲームが新たに定義されうることに注意しなければならない。それは以下に述べるとおりである。

いま，タイプ付きプレイヤーを (i, t_i) とあらわすことにする。すべてのタイプ付きプレイヤーの集合は，

$$\mathop{\times}_{i=1}^{n}(N\times T_i)=N\times(\mathop{\times}_{i=1}^{n}T_i)=N\times T=\overline{N}$$

である。タイプ付きプレイヤー (i, t_i) の戦略は σ_{i,t_i} とあらわす。その集合は，

$$S_i=\overline{S}_{i,t_i}$$

である。すべてのタイプ付きプレイヤーの戦略集合は，

$$\mathop{\times}_{(i,t_i)}\overline{S}_{i,t_i}=\mathop{\times}_{i}\mathop{\times}_{t_i}\overline{S}_{i,t_i}=\mathop{\times}_{i=1}^{n}S_i^{n_i}=\overline{S}$$

である。また，タイプ付きプレイヤー (i, t_i) の利得については，次のように定めることにする。いま，

$$\sigma_i=(\sigma_{i,t_i^1},\sigma_{i,t_i^2},\cdots,\sigma_{i,t_i^{n_i}})(\in S_i^{n_i})$$

および，

$$\sigma=(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_n)(\in\overline{S})$$

とあらわすことにし，あるすべての戦略の組 $\sigma\in\overline{S}$ が与えられ，そして，あるタイプ $t\in T$ が抽出されたとする。このとき，タイプ付きプレイヤー (i, t_i) は，抽出された場合は，

$$P_i(\sigma_{1,t_1},\cdots,\sigma_{i,t_i},\cdots,\sigma_{n,t_n},t_1,\cdots,t_i,\cdots,t_n)$$

を獲得し，抽出されない場合は 0 を獲得する。したがってタイプ付きプレイヤー (i, t_i) の期待利得は，

$$\overline{P}_{i,t_i}(\sigma)=\tilde{\theta}(t_i)\sum_{t_{-i}}\theta(t_{-i}\,|\,t_i)P_i(\sigma,t_{-i}\setminus t_i)$$

と定められる。ただし，$\tilde{\theta}(t_i)=$ は t_i が自然によって抽出される確率であり，これは仮定 1 の分母の式に相当している。なお，$\overline{P}_{i,t_i}$ のすべての組を $\overline{P}$ とあらわすことにする。

さて，これで，$\overline{N},\overline{S}$ および $\overline{P}$ によって，一つの（不完全情報であるが）完備情報ゲームが定義されることになる。

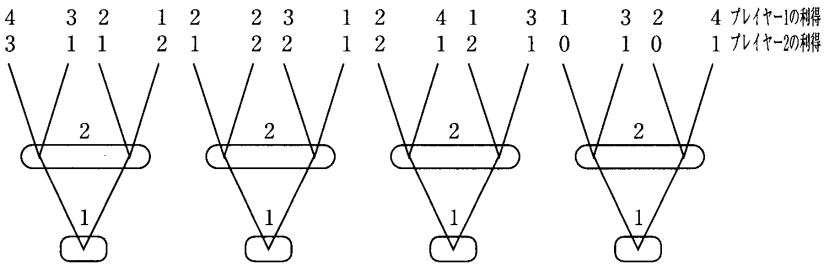
定義 4　整合的な不完備情報ゲーム $\Gamma^I=(N, S, P, T, \theta)$ がもたらすところの完備情報ゲーム $\Gamma^H=(\overline{N},\overline{S},\overline{P})$ を，ハーサニ変換されたゲームという。

3.3　ベイズ＝ナッシュ均衡

結局，ハーサニ変換とは，整合的な不完備情報ゲーム Γ^I を一つの完備情報ゲームに変換しているわけである。ハーサニ変換されたゲーム Γ^H は，それは不完全情報ゲームではあるが完備情報ゲームであり，それゆえこのゲームに通常のナッシュ均衡の意味で均衡概念を定義することが可能である。そして，ハーサニ変換されたゲーム Γ^H の均衡概念をもって，もともとの不完備情報ゲーム Γ^I の均衡概念とするわけである。

定義 5　ある戦略の組 σ^* は，任意の i, t_i に対して，$\sigma^*_{i,t_i} \in \arg\max \overline{P}_{i,t_i}(\sigma^* \setminus \sigma_{i,t_i})$ を満たすとき，不完備情報ゲームの均衡であるという。

この定義 5 における不完備情報ゲームの均衡は，ベイズ＝ナッシュ均衡ないしはベイジアン＝ナッシュ均衡と呼ばれる。これは，ナッシュ均衡の概念の不完備情報ゲームへの一つの拡張と解釈することができる。なおベイズ＝ナッシュ均衡の定義は，しばしば次の定義 5' のように書かれることもあるが，これは定義 5 と表記のしかたが異なるだけであることは，もはや明らかであろう。



(a) $t_1 = t_1^1, t_2 = t_2^1$　(b) $t_1 = t_1^1, t_2 = t_2^2$　(c) $t_1 = t_1^2, t_2 = t_2^1$　(d) $t_1 = t_1^2, t_2 = t_2^2$

図 1　不完備情報ゲーム $\Gamma^I = (N, S, P, T, \{\rho_i\})$

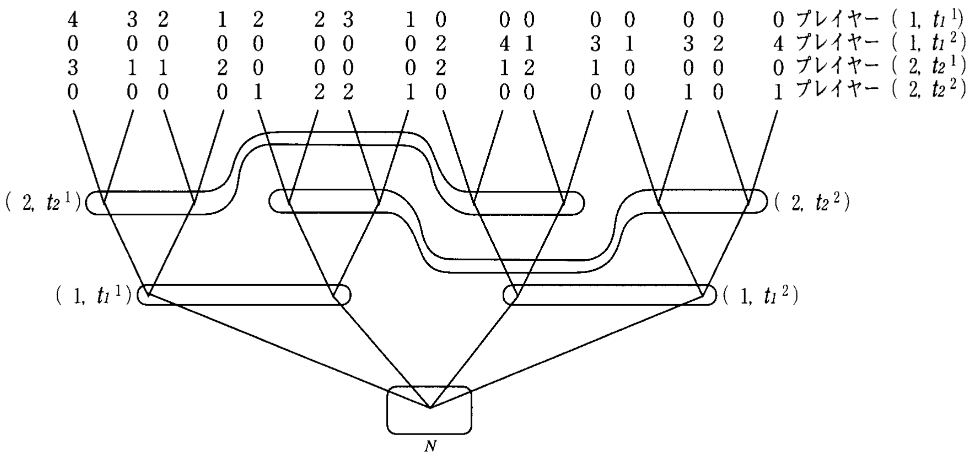


図 2　ハーサニ変換されたゲーム $\Gamma^H = (\bar{N}, \bar{S}, \bar{P})$

定義 5' ある戦略の組 $s^*=(s_1{}^*(t_1), s_2{}^*(t_2), \cdots, s_n{}^*(t_n))$ は，任意の i および任意の t_i に対して，$s_i^*(t_i) \in \arg\max \sum_{t_{-i}} \theta(t_{-i} \mid t_i) P_i(s_1^*(t_1), \cdots, s_i, \cdots s_n^*(t_n), t_1, \cdots, t_n)$ を満たすとき，不完備情報ゲームの均衡であるという。

なお，本節の最後に，2人ゲームで各プレイヤーが二つのタイプのみをもつ場合について，もともとの不完備情報ゲーム Γ^I およびハーサニ変換されたゲーム Γ^H とを，図示することを試みておこう。ただし，各プレイヤー1，2のタイプ集合は，それぞれ $T_1=\{t_1{}^1, t_1{}^2\}$，$T_2=\{t_2{}^1, t_2{}^2\}$ とする。また，簡単化のために，各プレイヤー1，2とも，戦略は左右の選択をすることとし，その戦略集合は $S_1=\{\ell_1, r_1\}$，$S_2=\{\ell_2, r_2\}$ とする。このとき，まず不完備情報ゲーム Γ^I は図1の四つのツリーの集合のように解釈できる。このとき，各プレイヤーも，自分のタイプは知っているが相手のタイプを知らないから，(a), (b), (c), (d) の四つのツリーのうち，どこで実際にゲームが行われるか分からない。これに対して，ハーサニ変換されたゲーム Γ^H は，図2のように自然を根底にするところの一つのツリーと解釈できるのである。

4. シグナリング・ゲーム

4.1 不完備情報の動学ゲーム

これまで不完備情報ゲームを取り扱ってきたが，それはプレイヤーたちが同時手番をとっていたという意味において，不完備情報の静学ゲームであった。これに対して本節以降では，プレイヤーたちが逐次手番をとるという意味において，不完備情報の動学ゲームを取り扱う。

逐次手番とは，プレイヤーたちが順番に従って手番をとっていくことであり，したがって不完備情報の動学ゲームと言っても実は多種多様である。しかしながら，不完備情報の動学ゲームは，シグナリング・ゲームとよばれるゲームに代表されるといっても過言ではない。そこで本稿では，不完備情報の動学ゲームとして，このシグナリング・ゲームにのみ関心を払うことにし，その定義と意味を考えることにする。

4.2 シグナリング・ゲーム

まず，シグナリング・ゲームを定義することから始めよう。プレイヤーの数が二人の場合，シグナリング・ゲームの基本構造は，端的には次に述べるとおりである。

(1) 自然がプレイヤー1のタイプ t を，タイプの集合 T から確率分布 $p(t)$ にしたがって決定する。このとき，タイプ t の値は，プレイヤー1は知ることができるが，プレイヤー2は知ることはできない。

(2) プレイヤー1は，自分のタイプを知ったのちに，あるシグナル s を集合 S のなかから決定する。このとき，シグナル s の値は，プレイヤー2に観察される。

(3)　プレイヤー2は，プレイヤー1のタイプ t は知らないが，シグナル s を知ったのちに，ある行動 a を集合 A のなかから決定する。

(4)　以上によって，利得 $P(s, a, t) = (P_1(s, a, t),\ P_2(s, a, t))$ が与えられる。ただし $P_1(s, a, t)$ はプレイヤー1の利得，$P_2(s, a, t)$ はプレイヤー2の利得である。

すなわち，シグナリング・ゲームとは端的には，先手プレイヤーのタイプが後手プレイヤーにとって不完備であるような逐次手番の2人ゲームである。われわれは，プレイヤーの集合を $N = \{1, 2\}$ とし，シグナリング・ゲームを次のように定義することにしよう。なお，集合 T, S, A はいずれも有限集合と仮定しておく。

定義6　シグナリング・ゲームとは，プレイヤー集合 $N = \{1, 2\}$，プレイヤー1のタイプの集合 T，プレイヤー1のシグナルの集合 S，プレイヤー2の行動の集合 A，プレイヤーたちの利得関数 P，そしてタイプの初期確率 $p(t)$ から構成されるところの $\Gamma^S = (N, T, S, A, P, p)$ である。ただし，この情報構造そのものは共有知識になっている。

5.　完全ベイズ均衡

以上，不完備情報の動学ゲームの代表としてシグナリング・ゲームを定義した。そこで今度は，このシグナリング・ゲームの均衡概念を定義しなければならないが，それは完全ベイズ均衡と呼ばれるものである。Gibbons（1992）が指摘しているとおり，完備情報ゲームにおいて静学的なナッシュ均衡に動学的なサブゲーム完全均衡が対応するように，不完備情報ゲームにおいては静学的なベイズ＝ナッシュ均衡に動学的な完全ベイズ均衡が対応している。ベイズ＝ナッシュ均衡の場合と同様，完全ベイズ均衡の概念も決して単純ではないが，以下，その定義と意味を考える。

5.1　完全ベイズ均衡の概念

シグナリング・ゲームにおいて，もっとも重要なことは，プレイヤー2がプレイヤー1のタイプに関する信念を，シグナルを観察することによって更新するということである。当初は，プレイヤー2は，プレイヤー1のタイプが t である確率は，初期確率にもとづいて $p(t)$ であるという信念をもっている。しかしながら，あるシグナルを観察したならば，プレイヤー2の信念に変化が生じることは当然である。プレイヤー2が，あるシグナル s を観察したのちに，プレイヤー1のタイプが t であると考える確率を $\tilde{p}(t \mid s)$ とあらわすことにしよう。この条件付確率 $\tilde{p}(t \mid s)$ がプレイヤー2の更新された信念であり，シグナリング・ゲームの均衡概念を定義する際に極めて重要な役割を果たす。

さて，以上を準備として，シグナリング・ゲームの均衡概念について考えることにしよう。

結論的に言えば，上述のとおり，シグナリング・ゲームの均衡概念には，完全ベイズ均衡という概念が用いられる。この完全ベイズ均衡とは，一般に，逐次的均衡の概念とほぼ同値の概念とみなされるものである[3)]。より厳密には，完全ベイズ均衡とは逐次的均衡の概念をいくぶん弱めた概念であり，端的には次の二つの条件をみたすものである。

条件 P：すべての情報集合において，そこにおけるプレイヤーは信念をもち，それ以降のゲームでは，この信念のもとで，他のプレイヤーたちに最適反応しなければならない。

条件 B：信念は，適用可能な場合は，ベイズ・ルールおよび均衡戦略によって構成されなければならない。

5.2 完全ベイズ均衡の定義

われわれは，このような完全ベイズ均衡の概念をシグナリング・ゲームに応用して，シグナリング・ゲームの均衡概念を定めるのである。いま，プレイヤー 1 がタイプが t であることを知ったうえでとる混合戦略を，

$$\sigma(\cdot \mid t): S \to [0, 1]$$

とする。ただし，

$$\sigma(s \mid t) \geqq 0 \ (\forall s \in S), \ \sum_s \sigma(s \mid t) = 1$$

である。同様に，プレイヤー 2 がシグナルが s であることを知ったうえでとる混合戦略を，

$$\alpha(\cdot \mid s): A \to [0, 1]$$

とする。ただし，

$$\alpha(a \mid s) \geqq 0 \ (\forall a \in A), \ \sum_a \alpha(a \mid s) = 1$$

である。

さて，そうすると，プレイヤー 2 がシグナル s を観察して，タイプ t を信念 $\tilde{p}(t \mid s)$ にもとづいて推定して，混合戦略 α をとれば，期待利得は，

$$\Pi_2(\tilde{p}, s, \alpha) = \sum_t \tilde{p}(t \mid s) \sum_a \alpha(a \mid s) P_2(s, a, t)$$

である。そこで，条件 P の見地からプレイヤー 2 は，これを最大化ならしめるような α^* をとらなければならない。他方，プレイヤー 1 がタイプ t を知ったときの期待利得は，

$$\Pi_1(t, \sigma, \alpha) = \sum_s \sum_a \sigma(s \mid t) \alpha(a \mid s) P_1(s, a, t)$$

であるが，プレイヤー 1 は先手であるから条件 P の見地から，$\Pi_1(t, \sigma, \alpha^*)$ を最大化するような σ をとらなければならない。さらに，条件 B の見地から，プレイヤー 2 の信念は任意のものではなく，適用可能な場合は，ベイズ・ルールすなわち，

3） 逐次的均衡については Kreps and Wilson（1982a）を参照。

$$\tilde{p}(t|s)=\frac{P(t)\sigma(s|t)}{\tilde{p}(s)} \qquad (\text{if } \tilde{p}(s)>0)$$

を満たさなければならない。ただし，ここに，

$$\tilde{p}(s)=\sum_{s}P(t')\sigma(s|t')$$

である。

以上によって，われわれは，シグナリング・ゲームの均衡概念としての完全ベイズ均衡を，次の定義7のように定めることができる。

定義7　シグナリング・ゲームにおける完全ベイズ均衡とは，次の条件を満たすところの戦略および信念の組 $(\sigma^*, \alpha^*, \tilde{p})$ である。

(P2)　$\alpha^* \in \arg\max \Pi_2(\tilde{p}, s, \alpha)$

(P1)　$\sigma^* \in \arg\max \Pi_1(t, \sigma, \alpha^*)$

(B)　$$\tilde{p}(t|s)=\frac{P(t)\sigma(s|t)}{\tilde{p}(s)} \qquad (\text{if } \tilde{p}(s)>0)$$

この定義7では，混合戦略の範囲でシグナリング・ゲームにおける完全ベイズ均衡を定義したが，しばしば純粋戦略の範囲で定義を行うこともある。そのような場合は，シグナリング・ゲームにおける完全ベイズ均衡は，次の定義7'のように書かれる。

定義7'　シグナリング・ゲームにおける純粋戦略での完全ベイズ均衡とは次の条件を満たす戦略および信念の組 $(a^*(s), s^*(t), \tilde{p})$ である。

(P2')　$a^*(s) \in \arg\max_{a} \sum_{t} \tilde{p}(t|s) P_2(s, a, t)$

(P1')　$s^*(t) \in \arg\max_{s} P_1(s, a^*(s), t)$

(B')　$$\tilde{p}(t|s)=\frac{P(t)}{\sum_{t'}P(t')}$$

ただし，t' に関する総和は，均衡戦略 s^*を送りうる T の部分集合上でとられる。このようにシグナリング・ゲームを純粋戦略の範囲で考察するとき，タイプに依存して相異なるシグナルを送る場合を分離戦略といい，他方，タイプに依存することなく同一のシグナルを送る場合を一括戦略という。したがって定義7'のように完全ベイズ均衡を純粋戦略の範囲で考察するときは，大別すると完全ベイズ均衡は分離均衡と一括均衡とに分類できる[4)]。

なお，Cho（1987）や Cho and Kreps（1987）では，シグナリング・ゲームの完全ベイズ均衡にも不合理と思われるものが存在するとし，それらを排除する基準を設けて完全ベイズ均衡の精緻化を行っている。これらの基準の代表的なものは二つあり，一つは優越性基準と呼ばれるものであり，もう一つは均衡優越性基準または直観的基準と呼ばれるものである。

4)　半分離均衡や半一括均衡などの概念を考えることも可能である。また，混合戦略の均衡になっているものはハイブリッド均衡と呼ばれる。

これらの基準についてはGibbons（1992）の平易な説明を参照することが有益である。

6 補 論

以上のとおり，不完備情報ゲームにおいては，静学的にはベイズ＝ナッシュ均衡が，そして動学的には完全ベイズ均衡が用いられる。その定義は決して単純ではないが，以上の説明でそれらの基本的な意味と性質は明らかになったはずである。

冒頭で述べたように，これらの均衡概念は既に多くの文献のなかで用いられており，近年の情報経済学の発展に貢献している。ベイズ＝ナッシュ均衡の概念は主に複占市場の分析に応用される。たとえばClarke (1983a, b)，Gal-Or (1985)，Sakai (1985)，Vives (1984) などが代表的である。完全ベイズ均衡の概念の応用例としては，Spence（1973）の労働市場の分析，Milgrom and Roberts（1982a, b），Kreps and Wilson（1982b），Saloner, G.（1987）の産業組織の分析などが代表的である。また，不完備情報下の経済分析全般を知るには，Fudenberg and Tirole (1991)，Gibbons (1992)，Rasmusen (1989) などの書物を参照するとよい。

なお，本稿の最後に不完備情報と非対称情報の関連について若干の言及を行っておこう。しばしば不完備情報と非対称情報は同一概念と思われがちであるが，実のところはそうではない。しかしながら，それらの相違を厳格に議論することも決して容易ではない。ほとんどの不完備情報ゲームは非対称情報ゲームであるが，そうでないこともある。また，ほとんどの非対称情報ゲームは不完備情報ゲームであるが，そうでないこともある。有名な保険市場におけるモラル・ハザード・モデルと逆選抜モデルを取り上げよう。周知のように，いずれのモデルも非対称情報ゲームである。しかしながら，モラル・ハザード・モデルは“行動”に関する非対称情報が問題であり，不完備情報ゲームではない。これに対して逆選抜モデルは，“タイプ”に関する非対称情報が問題であり，これは不完備情報ゲームである[5)]。なお，不完備情報と非対称情報の相違については，叙述的な説明がなされているに過ぎないが，Rasmusen（1989）を参照するとよい。

参 考 文 献

Akerlof, G. (1970) “The Market for Lemmons,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 84, pp. 488–500.
Arisada, Y. (1992a) “Information Strategy Games in the Cournot Duopoly Market,” in Hosoe, M.ed. (1992).
有定愛展（1992b）「非対称情報下のシュタッケルベルク複占市場の分析」『現代経済学研究』 第２号，pp. 46–

5）したがって，有名なAkerlof (1970) の中古車市場モデルは非対称情報ゲームかつ不完備情報ゲームである。

67.
有定愛展（1995）「非対称情報下の独占と参入の分析」『修道商学』第35巻第２号，pp. 51–72.
有定愛展（1999）「不完備情報下の企業合併の理論」『修道商学』第40巻第１号，pp. 47–58.
Aumann, R.（1976）"Agreeing to Disagree," *Annals of Statistics*, Vol. 4, pp. 1236–1239.
Cho, I.（1987）"A Refinement of Sequential Equilibrium," *Econometrica*, Vol. 55, pp. 1367–1389.
Cho, I. and D. Kreps（1987）"Signaling Games and Stable Equilibria," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 102, pp. 179–221.
Clarke, R.（1983a）"Duopolist don't Wish to Share Information," *Economics Letters*, Vol. 11, pp. 33–36.
Clarke, R.（1983b）"Collusion and the Incentives for Information Sharing," *Bell Journal of Economics*, Vol. 14, pp. 383–394.
Friedman, J. W.（1986）*Game Theory with Applications to Economics*, Oxford Universty Press.
Fudenberg, D. and J. Tirole（1991）*Game Theory*, MIT Press.
Gal-Or, E.（1985）"Information Sharing in Oligopoly," *Econometrica*, Vol. 53, pp. 329–343.
Gibbons, R.（1992）*Game Theory for Applied Economists*, Princeton Universty Press.（福岡正夫・須田伸一訳［1995］『経済学のためのゲーム理論入門』, 創文社.）
Harsanyi, J.C.（1967–1968）"Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, Part I, II and III," *Management Science*, Vol. 14, pp. 159–182, 320–334, 486–502.
細江守紀（1987）『不確実性と情報の経済分析』九州大学出版会.
細江守紀（編）（1989）『非協力ゲームの経済分析』勁草書房.
Hosoe, M. (ed.)（1992）*Economic Analysis of Incentive, Market and Organization*, Kyushu University Press.
Kreps, D.（1990a）*Game Theory and Economic Modelling*, Clarendon Press.（高森　寛・大住栄治・長橋透訳［1993］『経済学のためのゲーム理論』, マグロウヒル.）
Kreps, D.（1990b）*A Course in Microeconomic Theory*, Princeton University Press.
Kreps, D. and R. Wilson（1982a）"Sequential Equilibria," *Econometrica*, Vol. 50, pp. 863–894.
Kreps, D. and R. Wilson（1982b）"Reputation and Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, Vol. 27, pp. 253–279.
Milgrom, P. and J. Roberts（1982a）"Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis," *Econometrica*, Vol. 50, pp. 443–459.
Milgrom, P. and J. Roberts（1982b）"Predation, Reputation and Entry Deterrence," *Journal of Economic Theory*, Vol. 27, pp. 280–312.
Milgrom, P. and J. Roberts（1992）*Economics, Organization and Management*, Prentice Hall.
村田省三（1992）『経済のゲーム分析』牧野書店.
村田省三（1995）『ミクロ経済のゲーム』九州大学出版会.
Myerson, R.（1991）*Game Theory*, Harvard University Press.
岡田　章（1996）『ゲーム理論』, 有斐閣.
Osborne, M. J. and A. Rubinstein（1994）*A Course in Game Theory*, MIT Press.
Rasmusen, E.（1989）*Games and Information:An Introduction to Game Theory*, Basil Blackwell.（細江守紀・村田省三・有定愛展訳［1990－1991］『ゲームと情報の経済分析Ⅰ・Ⅱ』, 九州大学出版会.）
Sakai, Y.（1985）"The Value of Information in a Simple Duopoly Model," *Journal of Economic Theory*, Vol. 36, pp. 36–54.
酒井泰弘（1990）『寡占と情報の理論』東洋経済新報社.
Saloner, G.（1987）"Predation, Mergers, and Incomplete Information," *Rand Journal of Economics*, Vol. 18, pp. 165–186.
新海哲哉（1993）『情報と寡占市場』多賀出版.
Spence, M.（1973）"Job Market Signaling," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 87, pp. 355–374.
鈴木光男（1994）『新ゲーム理論』勁草書房.
Tirole, J.（1988）*The Theory of Industrial Organization*, MIT Press.
Vives, X.（1984）"Duopoly Information Equilibrium: Cournot and Bertrand," *Journal of Economic Theory*, Vol. 34, pp. 71–94.