

# 新古典派、内生的成長モデルと経済政策

片 山 尚 平

(受付 2000年5月31日)

## 1. はじめに

従来の新古典派の成長理論では、長期的な一人あたり産出の成長率はゼロであるか、もしくは外生的に与えられる技術進歩率であった。しかし、このような成長理論は経済成長の原動力である技術進歩を説明しないという点で理論的にみて不満足なものであり、実際面でも、長期的な各国間の成長率および利子率の格差を説明しえないとみなされた。

このような問題に答えるため、1980年代後半以降、登場したのが内生的成長理論である。内生的成長理論の基本的考え方は、長期的な一人あたり成長率を外生的に与えられる技術進歩率に求めるのではなく、モデルの中で内生的に決定するということである。

このように、内生的成長モデルの主眼は一人あたり産出の成長率あるいは技術進歩率および諸国の成長率格差などを説明することにある。が、その後の研究で、後者に関しては条件付収束概念や人的資本を導入すれば、新古典派成長モデルで説明可能であることが指摘された<sup>1)</sup>。

本稿の主な目的は、錯綜としている新古典派成長モデルと内生的成長モデルの理論と政策を整理し、比較・検討することである<sup>2)</sup>。

## 2. 新古典派成長モデルの理論と政策

この節では、我々は、消費者の最適化行動を含む場合を中心に、新古典派成長モデルの理論と政策を簡潔に説明する。

### 2-1 モデル

生産関数は、次式のようなコブ・ダクラス型のものを想定する。

$$Y = F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

ここで、 $Y$ 、 $K$  と  $L$  は、それぞれ、総産出量、総資本ストックと総労働量であり、 $A$  は技術

1) この点については、Mankiw, Romer and Weil (1992) が説明を行っている。

2) 成長理論と政策全般にかんしては、Jones (1998) と二上 (1999) を参考にした。

の水準を表すパラメーターである。この式の両辺を  $L$  で割ると、

$$y = f(k) = Ak^\alpha \quad (1)$$

が得られる。ここで、 $y$  と  $k$  は、それぞれ、労働者一人あたり産出水準と労働者一人あたり資本ストックを表している。尚、労働人口は一定であると、想定している。

利潤  $\pi$  は、(2)式で与えられるが、 $w$  と  $R_K$  は、それぞれ、賃金率と資本のレンタル価格を表している。

$$\pi = Ak^\alpha - w - R_K k \quad (2)$$

利潤の最大化より、次式が導かれる。

$$R_K = A\alpha k^{\alpha-1} = \alpha y / k \quad (3a)$$

$$w = Ak^\alpha - R_K k \quad (3b)$$

(3a) と (3b) より、 $\pi = 0$  となる。

家計は以下で与えられる動学的効用の最大化をはかる。

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t} [(c^{1-\theta} - 1) / (1-\theta)] dt \quad (4)$$

ここで、 $\rho$  と  $\theta$  は、それぞれ、時間選好率と限界効用の消費に対する弾力性である。家計が直面する予算制約は、(5)で表される。(5)の  $a$  は、一人あたり資産を表している。

$$\dot{a} = w + (R_K - \delta) a - c \quad (5)$$

単純化のため、家計と企業を統合し、 $a = k$  の下で(3)を(5)に代入すると、制約式

$$\dot{k} = Ak^\alpha - \delta k - c \quad (6)$$

が得られる。ここで、 $\delta$  は資本減耗率である。(6)の制約下で(4)を最大化することにより、消費の成長率(7)と横断条件(8)が導かれる。 $r (= R_K - \delta)$  は利子率を表し、(8)の  $\bar{r}$  は時点 0 と時点  $t$  との間で成立する平均利子率である。

$$\dot{c} / c = (1/\theta) [A\alpha k^{\alpha-1} - \delta - \rho] \quad (7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) e^{-\bar{r}t} = 0 \quad (8)$$

## 2-2 定常状態と移行経路

定常状態では  $\dot{k} = \dot{c} = 0$  が成立し、(6)と(7)を考慮すると

$$k^* = [A\alpha / (\rho + \delta)]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (8a)$$

$$c^* = A [A\alpha / (\delta + \rho)]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \delta [A\alpha / (\rho + \delta)]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (8b)$$

ここで、 $k^*$  と  $c^*$  は、それぞれ、定常状態における  $k$  と  $c$  の値を表している。

また、 $f'(k^*) = \delta + \rho$ 、 $f'(\tilde{k}) = \delta$  であることから、 $f'(k^*) > f'(\tilde{k})$  となり、 $k^* < \tilde{k}$  が成立する。ここで、 $\tilde{k}$  は黄金律下の  $k$  の値を表している。以上より、定常状態が動学的に効率的

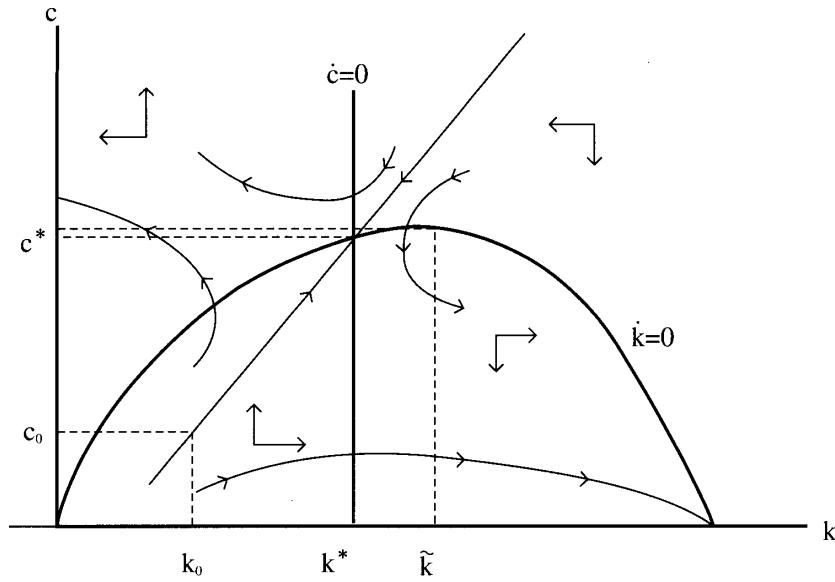


図 1

であることがわかる。

図 1 は、消費者の最適化行動を伴う成長モデルの位相図である。 $\dot{c}=0$  線は垂線となり  $\dot{k}=0$  線は曲線である。その結果、これらの線の交点（定常状態）は一意に存在する。

(7) と  $\dot{c}=0$  線を考慮すると、 $k < k^*$  の場合には  $c$  は増加し、この領域では矢印は上方を指し、 $k > k^*$  の場合には  $c$  は減少し、この領域で矢印は下方を指す。一方、(6) と  $\dot{k}=0$  線を考慮すると、この曲線より上方にある  $c$  の値に対しては  $k$  は減少し、この領域では矢印は左方を指し、この曲線より下方にある  $c$  の値に対しては  $k$  は増加し、この領域で矢印は右方を指す。

定常状態  $(k^*, c^*)$  はサドル経路安定であり、例えば資本ストックがその定常値より小さい  $k_0$  にある場合、経済は点  $(k_0, c_0)$  から  $k$  と  $c$  が共に増加しながら定常状態へ向かって進んでいく。

$\rho$  の低下によって表される貯蓄意欲の増加は、 $\dot{k}=0$  線には影響しないが、 $\dot{c}=0$  線を右方へシフトさせる。その結果、 $k$  が増加し、 $c$  も増加する。 $\delta$  の低下も同様の効果をもたらす。このように、 $\rho$  や  $\delta$  の変化は定常状態の  $k$ 、 $c$  および  $y$  の水準を変化させる。

しかしながら、定常状態では  $k$ 、 $c$  および  $y$  はそれぞれある一定値をとり、それらの成長率はゼロである。つまり、定常状態では  $\rho$  や  $\delta$  に変化が生じても  $y$  などの変数の成長率はそれらから独立であり、つねにゼロである。故に、 $\rho$  の低下に反映される貯蓄意欲などの変化は、 $y$  などの変数の水準へは影響するが、それらの成長率には影響しない。

貯蓄収益に対する税率を低下させることを通じて貯蓄意欲の増大をはかる政策などが水準への効果をもつが成長率に対して効果をもたないという結論は、資本蓄積とともに資本に対

する収穫が遞減することに由来すると考えられる。この点を明確にするために、次に一定の貯蓄率  $s$  を伴うソロー・モデルを考察してみよう。

### 2-3 ソロー・モデル

ソロー・モデルでは、資本蓄積過程は、次式によって表される。

$$\dot{k} = sAk^\alpha - \delta k \quad (9)$$

規模に関して収穫不变のコブ・ダグラス型生産関数の下では、資本深化とともに資本の限界生産性は遞減する。これは、図 2a で示されるように、 $k$  が増加するにつれて貯蓄（＝投資） $sAk^\alpha$  と補填投資  $\delta k$  の差が徐々に縮まり、やがてそれらの差がなくなって  $k$  の増加が停止す

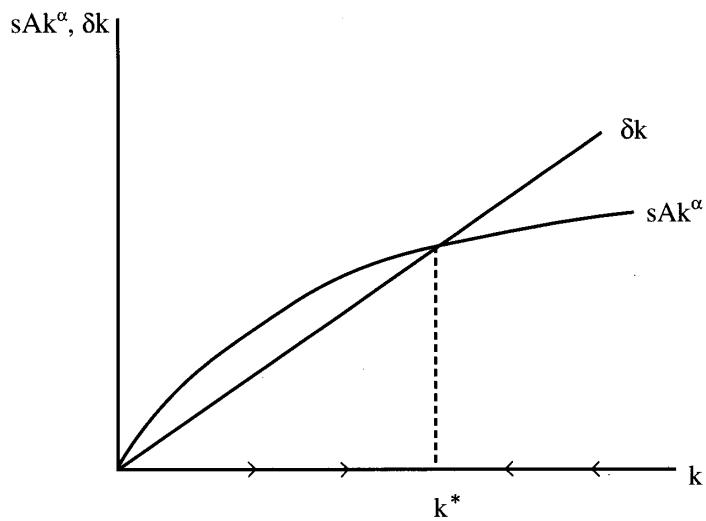


図 2a

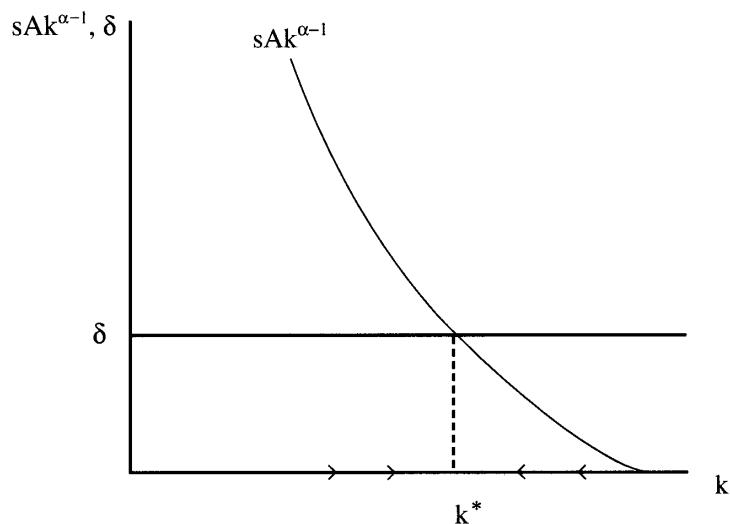


図 2b

る定常状態が訪れるこことを意味する。

(9)の両辺を  $k$  で割ることによって、(10)が得られる。

$$\dot{k} / k = sAk^{\alpha-1} - \delta \quad (10)$$

$k$  の成長率は資本蓄積率  $sAk^{\alpha-1}$  と資本減耗率  $\delta$  の差であるが、図 2b で表されるように  $k$  の増加につれてこの差が縮まり、やがて経済は資本蓄積率と資本減耗率が一致して  $k$  の成長率がゼロとなる定常状態に達する。

ところで、コブ・ダグラス型生産関数の下では、 $y$  の成長率は  $k$  の成長率に比例する。また、貯蓄率一定の下では  $c$  は  $y$  に比例するので、結局  $c$  の成長率も  $k$  の成長率に比例する。資本深化とともに、 $y$  と  $c$  の成長率も低下していき、やがて  $c$  と  $y$  も  $k^*$  に対応した定常値に到達する。

通常の新古典派的性質をもつ生産関数の下では、一人あたり貯蓄および資本蓄積率は図 2a と図 2b で示されるような形状となり、 $k$  はその定常値  $k^*$  に収束する。 $s$ ,  $A$  の上昇や  $\delta$  の低下が生じると、図 2 の曲線または直線がシフトし、動学的に効率的な定常値  $k^*$ ,  $y^*$  と  $c^*$  の増加がもたらされる。技術進歩がなく、 $A$  が持続的に上昇しない場合には、これらの変化は、移行過程において一時的に  $k$  などの成長率を高めるが、長期の成長率=0 をえることはできない。

### 3. 内生的成長モデルの理論と政策

内生的成長理論は新古典派の成長理論を拡張したものであるが、利子率あるいは資本の生産性が低下せず、一定となるメカニズムを導入する。内生的成長モデルには、AK モデル、人的資本蓄積のモデル、learning by doing と外部性のモデル、政府支出と成長のモデル及び R & D と成長のモデルがある。AK モデルは最も単純な内生的成長モデルであるが、他のモデルはそれを変形させたモデルまたはそれにミクロ的基礎付けを与えたモデルであるとみなされる。

以下で、これらの内生的成長モデルと最適成長に導くための政策について考察する<sup>3)</sup>。

#### 3-1 AK モデル

成長の源泉を外生的な技術進歩に求めないという内生的成長理論の主旨に従って、外生的技術進歩率はゼロと仮定され、単純化のために人口成長率もゼロと仮定される<sup>4)</sup>。

3) 内生的成長の理論と政策の説明については、Barro and Sala-i-Martin (1995) と Sala-i-Martin (1990) を参考にした。より原文にそったモデルの説明は、例えば片山 (2000) で行われている。

4) AK モデルの初期の説明は、Rebelo (1991) で行われている。

## (1) 家計の行動

家計は、(12)の予算制約の下で、効用関数(11)を最大にする。

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t} [(c^{1-\theta} - 1) / (1-\theta)] dt \quad (11)$$

$$\dot{a} = ra + w - c \quad (12)$$

そこでは、 $\rho$ 、 $\theta$ 、 $a$ 、 $r$ 、 $w$ と $c$ は、それぞれ、(主観的) 割引き率、限界効用の弾力性、資産、利子率、賃金率と消費である。最大化条件から(13)と横断条件(14)が導かれる。

$$\gamma_c = \dot{c} / c = (1/\theta)(r - \rho) \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)e^{-rt} = 0 \quad (14)$$

## (2) 企業の行動

企業は、その生産関数(15)を制約条件にして、利潤最大化を図る。

$$y = f(k) = Ak \quad (15)$$

ただし、 $y$ 、 $k$ と $A$ (正の定数)は、それぞれ、企業の産出水準、資本ストックと資本の生産性である。(15)より、 $k$ が増加しても、資本の生産性が低下しないことがわかる。

利潤最大化条件は、利子率と資本の純限界生産物の均等を要求する。

$$r = A - \delta \quad (16)$$

そこでは、 $\delta$ は、資本の減耗率である。単純労働の限界生産物はゼロ( $w = 0$ )である。

## (3) 均衡

$a = k$ 、 $r = A - \delta$ と $w = 0$ を(12)、(13)、(14)に代入すると、(17)、(18)と(19)が得られる。

$$\dot{k} = (A - \delta)k - c \quad (17)$$

$$\gamma_c = (1/\theta)(A - \delta - \rho) \quad (18)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{k(t)e^{-(A-\delta)t}\} = 0 \quad (19)$$

(18)より、消費の水準は(20)となり、 $k$ と関係しない。

$$c(t) = c(0)e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t} \quad (20)$$

消費の成長率がプラスとなるが、到達可能な効用水準が有限であり、横断条件が有効となるように、(21)が仮定される。

$$A > \rho + \delta > [(1-\theta)/\theta](A - \delta - \rho) + \delta \quad (21)$$

## (4) 成長率の決定要因

AKモデルでは、消費、資本と産出の成長率はすべて同じになり、成長率は(18)で与えられる。(18)において、成長率は、 $\theta$ 、 $A$ 、 $\delta$ と $\rho$ に依存する。

$\rho$ あるいは $\theta$ の低下(貯蓄意欲の増加)は成長率を引き上げるが、 $A$ の上昇(技術水準の改善)も成長率を引き上げる。

尚、 $AK$  モデルにおいては、個人の決定は社会計画者の決定と同じになるため、その均衡はバレート最適である。

### 3-2 人的資本蓄積のモデル

このモデルでは、人的資本が  $H$  として明示的に現われ、すべてのインプットが蓄積される<sup>5)</sup>。

$$Y = F(K, H) \quad (22)$$

生産関数(22)は規模に関する収穫不变等の標準的な新古典派生産関数の性質を持ち、(22)から(23)が導かれる。

$$Y = Kf(H/K) \quad f'(H/K) > 0 \quad (23)$$

利潤最大化と企業間競争は、限界生産物＝レンタル価格を要求する。

$$\begin{aligned} \partial Y / \partial K &= f(H/K) - (H/K) f'(H/K) = R_K \\ \partial Y / \partial H &= f'(H/K) = R_H \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、 $R_K$  と  $R_H$  は、二つのタイプの資本に対するレンタル価格を表す。二つの資本と消費は完全代替であって、それらの価格は 1 で固定していると考える。その時、資本保有者の収益率、 $R_K - \delta_K$  と  $R_H - \delta_H$  は  $r$  に等しくなり、収益率の均等化は

$$f(H/K) - f'(H/K)(1+H/K) = \delta_K - \delta_H \quad (25)$$

を導く。(25)において  $H/K$  が一意に決定し、 $A \equiv f(H/K)$  とみなして、これを(23)に代入すると

$$Y = AK$$

が得られる。したがって、このモデルの基本的特性は  $AK$  モデルと同じである。 $H/K$  は固定しているので、 $H$  は  $K$ 、 $C$  や  $Y$  と同じ率で成長する。

### 3-3 learning by doing と外部性のモデル

このモデルは、“知識の創造は投資の副産物である”と考え、資本に対する収穫遞減傾向を消去する<sup>6)</sup>。

#### (1) 家計の行動

効用最大化は、(13)の消費成長率を導く。

#### (2) 企業の行動

企業  $i$  に対して、労働増大的技術進歩をもつ生産関数(26)が想定される。

5) Uzawa (1965) は初期の人的資本モデルであり、Lucas (1988) が代表的な人的資本モデルである。

6) Arrow (1962) が learning by doing のアイデアを提示し、Romer (1986) がこのアイデアを用いて成長理論を復活させた。

$$Y_i = F(K_i, A_i L_i) \quad (26)$$

各企業の投資は、生産環境を変え、新たな刺激を与えるので、投資を通じて learning が生じ、知識  $A_i$  が増大する。発見された各企業の知識はスピル・オーバーし、すぐに他企業がそれを利用できると仮定する。learning by doing と知識の外部性が結合した結果、(26)の  $A_i$  は  $K$  で置き換えられる。

$$Y_i = F(K_i, KL_i) \quad (27)$$

各企業による  $K_i$  の増加は、 $K$  の増加を通じて全企業の生産性を引き上げるというスピルオーバーの利益を生み出し、資本の収穫遞減傾向が除去される。

さて、企業  $i$  の利潤は(28)である。

$$L_i [f(k_i, K) - (r + \delta) k_i - w] \quad (28)$$

各企業は競争的で小さいと仮定するので、要素価格と  $K$  は所与とされる。

利潤最大化と利潤ゼロの条件が、(29)を要求する。

$$\partial y_i / \partial k_i = f_1(k_i, K) = r + \delta$$

$$\partial Y_i / \partial L_i = f(k_i, K) - k_i f_1(k_i, K) = w \quad (29)$$

均衡では、すべての企業は同じ選択をするので、 $k_i = k$  と  $K = kL$  が成立する。 $f(k_i, K)$  は  $k_i$  と  $K$  において一次同次であるから、(30)そして(31)が導かれる。

$$f(k_i, K) / k_i = \tilde{f}(K / k_i) = \tilde{f}(L) \quad (30)$$

$$f_1(k_i, K) = \tilde{f}(L) - L\tilde{f}'(L) \quad (31)$$

これらから、資本の平均生産性と私的限界生産性は共に  $k$  と無関係であり、 $L$  の増加関数である ( $\tilde{f}'(L) > 0$ ,  $\tilde{f}''(L) < 0$  のため)。

### (3) 均衡

(31)と  $r = f_1(k_i, K) - \delta$  を(13)に適用すると、(32)が得られる。

$$\gamma_c = (1/\theta) [\tilde{f}(L) - L\tilde{f}'(L) - \delta - \rho] \quad (32)$$

$AK$  モデルと同様、消費の成長率は一定となる。 $a = k$  と(29)を予算制約式へ代入すると

$$\dot{k} = \tilde{f}(L)k - c - \delta k \quad (33)$$

が得られ、 $k$  と  $y$  も(32)の  $\gamma_c$  の率で成長する。

### (4) パレート非最適と最適政策

分権経済の解がパレート最適であるかどうかを見るために、それを社会計画者の解と比較する。社会計画者は、(33)を制約条件にして(11)を最大にする。その結果、

$$\gamma_c (\text{社会計画者}) = (1/\theta) [\tilde{f}(L) - \delta - \rho] \quad (34)$$

が導出される。この成長率は、分権の場合の成長率(32)を上回る。社会計画者は、スピルオーバー効果を内部化し、私的限界生産物ではなく、社会的限界生産物を基にして決定を行うからである。

尚、分権経済において社会的最適を達成するためには、資本財の購入に関する補助（投資税控除）あるいは生産の補助を行う必要がある。これらの措置を通じて、投資の私的収益率が社会的収益率の水準まで引き上げられる。一方、税は、歪みを避けるために、一括税もしくは消費税が適用される。

### (5) 規模効果

総労働力  $L$  の増加は(31)と(30)の私的限界生産物と平均生産物を増大させ、(32)と(34)の  $\gamma_c$  と  $\gamma_c$ （社会計画者）を引き上げる。よって、「より多くの労働者を持つ国は、一人あたり表示でより速く成長する。」という主張が現われる。が、経験的には、小さな規模効果しか存在しないようである。

## 3-4 政府支出と成長のモデル

この成長モデルは、成長を財政変数に関連させる<sup>7)</sup>。政府支出  $G$  は公共財であり、各企業は nonrival かつ nonexcludable な形で  $G$  を利用する。

### (1) 分権経済

企業  $i$  の生産関数は、(35)のコブ・ダグラス型で表される。

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} K_i^\alpha G^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (35)$$

(35)において、 $G$  が  $K(K_i)$  と共に増加するならば収穫遞減は生じない。生産関数は、一定の  $L_i(L)$  に対して  $K_i(K)$  と  $G$  において収穫不变であり、内生的成長が生み出される。

政府は、総産出に対して比例税を課す。

$$G = \tau Y \quad (36)$$

利潤最大化と利潤ゼロの条件が、 $w$  = 税引き後労働の限界生産物とレンタル率 = 税引き後資本の限界生産物を導く。 $k_i = k$  と設定すれば、レンタル価格は(37)で与えられる。

$$r + \delta = (1 - \tau) (\partial Y_i / \partial K_i) = (1 - \tau) \alpha A k^{-(1-\alpha)} G^{1-\alpha} \quad (37)$$

(35)と(36)を利用すると、 $G$  は(38)で与えられる。

$$G = (\tau A L)^{\frac{1}{\alpha}} k \quad (38)$$

(38)を(37)に代入すると、(39)が得られる。

$$r + \delta = (1 - \tau) (\partial Y_i / \partial K_i) = \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} (L \tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1 - \tau) \quad (39)$$

(39)の右辺の資本の税引き後限界生産物は、AK モデルの  $A$ 、前節モデルの一定の私的限界生産物と同じ役割を果たす。

7) このモデルの代表的文献は、Barro (1990) である。

その結果、 $c$ 、 $k$ と $y$ の成長率はすべて同じであり、(40)の $\gamma$ で表される。

$$\gamma = (1/\theta) [\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \cdot (L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot (1-\tau) - \delta - \rho] \quad (40)$$

政府の成長への影響は、 $\tau$ を通じてもたらされる。税率 $\tau$ の上昇は税引き後資本の限界生産物へ負の影響を及ぼす一方で、 $G$ の増加を通じて税引き後資本の限界生産物へ正の効果をもたらす。 $\tau(G/Y)$ が小さい値では正の効果が支配し、 $\tau$ と共に $\gamma$ は上昇する。一方、 $\tau$ が大きいところでは負の効果が支配し、 $\gamma$ は $\tau$ と共に減少する。

一般的には、代表的家計の効用最大化と成長率の最大化は対応しないが、コブ・ダグラスの下では、効用最大化と成長率の最大化は対応する。よって、分権的経済下で成長率(40)が決定されるとき、最適政策は $\tau = 1 - \alpha$ である。このとき $\partial Y / \partial G = 1$ であり、政府支出について限界費用と限界便益が一致する。次に、この結果がパレート最適であるか否かを調べよう。

### (2) パレート非最適と最適政策

社会計画者は、生産関数(35)と次の予算制約を考慮して、(11)の $U$ を最大にするように $G(t)$ と $c(t)$ の時経路を選択する。

$$Y = ALk^\alpha \cdot G^{1-\alpha} = C + G + K + \delta K$$

$(1-\tau)\partial Y_i / \partial K_i$ と $\partial Y_i / \partial K_i$ は異なるため、私的限界生産物と社会的限界生産物の間で乖離が生じる。その結果、分権経済の $\gamma$ (40)は、 $(1-\tau)\partial Y_i / \partial K_i$ を $\partial Y_i / \partial K_i$ あるいは $(1-\tau)$ を1で置き換える、さらに $G/Y = 1 - \alpha$ あるいは $\partial Y / \partial G = 1$ とおいて得られる社会的計画者の $\gamma$ より小さい。

$$\gamma(\text{社会的計画者}) = (1/\theta) [\alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \{L(1-\alpha)\}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta - \rho] \quad (41)$$

この結果は、生産増は税収増（政府支出増）を通じて生産性の上昇をもたらすという外部性を、意思決定の際に考慮するか否かに由来する。

分権の下で、政府がfirst bestの成長率(41)を生み出すことは可能である。第一に、 $G/Y = 1 - \alpha$ と設定し、正しい公共財の量を設定する。第二に、政府は、その支出を生産に関してゼロの限界率をもつ税である一括税あるいは消費税でファイナンスする。

### (3) 規模効果

政府サービスの公共財モデルは、前節のモデルと似た規模効果を持つ。政府サービス（公共財）が追加的利用者にただで波及するために、経済はより大きな規模から便益を得る。

$L$ の増加は、資本の税引き後限界生産物及び社会的限界生産物を増大させる。それ故、より大きな $L$ は、分権下の成長率(40)と社会計画者の成長率(41)を上昇させる。

### 3-5 R & D と成長のモデル

この成長モデルは、経済成長の重要なエンジンとして、R & D を強調する<sup>8)</sup>。資本財の種類の拡張が技術進歩とみなされ、技術進歩が内生的に説明される。

#### (1) 最終生産物の生産

企業  $i$  の生産関数は、(42)で表され、各インプットに関して収穫遞減、全てのインプットにおいては規模に関して収穫不変である。 $X_{ij}$  は、第  $j$  タイプの資本財の投入量である。

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^N (X_{ij})^\alpha \quad (42)$$

$X_{ij} = X_i$  を仮定すると、(42)から(43)が導かれる。

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} NX_i^\alpha = AL_i^{1-\alpha} (NX_i)^\alpha N^{1-\alpha} \quad (43)$$

最終生産物生産企業は利潤最大化を図り、通常の条件、要素価格=限界生産物が成立する。その結果、(45)と(44)が得られる。ただし、 $P_j$  は資本財  $j$  の価格である。

$$X_{ij} = L_i \cdot (A\alpha / P_j)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (44)$$

$$w = (1 - \alpha)(Y_i / L_i) \quad (45)$$

#### (2) 資本財の生産（種類の拡張）

研究開発を通じて、技術進歩に対応する発明すなわち  $N$  の増加が生じる。新資本財を生産する費用は  $\eta$  単位の  $Y$  であり、財  $j$  の発明者は  $X_j$  の生産と販売に関して永続的な独占権を保持するものとする。

発明後の  $X_j$  の生産費は 1 単位の  $Y$  であり、 $j$  番目の資本財を発明することからの収益の現在価値は、次式で示される。 $\bar{r}$  は、 $t$  と  $s$  の間の平均利子率である。

$$V(t) = \int_t^\infty (P_j - 1) X_j e^{-\bar{r}(s-t)} ds \quad (46)$$

独占者は需要量(44)を考慮して、各時点で  $(P_j - 1)X_j$  の最大化を図り、独占価格  $P_j$  を設定する。

$$P_j = P = 1/\alpha > 1 \quad (47)$$

$P$  は時間を通じて一定であり、すべての資本財において同じである。

(47)を(44)に代入すると、各財の生産総量  $X_j$ 、 $X$  が決定される。

$$X_j = X = LA^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \quad (48)$$

誰もが R & D コスト  $\eta$  を払えば発明ビジネスに参入でき、 $V(t)$  を確得する。 $V(t) = \eta$  の時均衡となり、すべての時点で  $N$  が成長する。(47)と(48)を考慮すると、 $V(t) = \eta$  より、次

8) このモデルの代表的文献は、Romer (1990) である。

式が得られる。

$$r = (L/\eta) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \quad (49)$$

潜在的な技術と市場構造が、収益率  $r$  を釘付けする。

### (3) 家計と市場均衡

家計は無限期間にわたる効用を最大にする。最適条件より、

$$\gamma_c = (1/\theta)(r - \rho)$$

が得られ、これに(49)の  $r$  を代入すると、(50)が導かれる。

$$\gamma = (1/\theta) [(L/\eta) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} - \rho] \quad (50)$$

$\gamma \geq 0$  を仮定する。 $C, N$  と  $Y$  は、この  $\gamma$  の率で成長する。

$AK$  モデルの場合と同様に、 $A$  の増加及び  $\rho$  または  $\theta$  の低下は成長率  $\gamma$  を引き上げる。新たな要因は  $\eta$  であり、 $\eta$  の低下は(49)の  $r$  を上昇させ、(50)の  $\gamma$  を引き上げる。

このモデルは3節と4節のモデルと同様に、規模効果を含む<sup>9)</sup>。 $L$  の増大は  $(\eta/L)$  の低下を通じて、 $\gamma$  を引き上げる。よって、 $L$  の増大は、 $\eta$  の低下と同様の効果を持つ。

### (4) パレート非最適と最適政策

社会計画者は次の予算制約の下で、家計の効用を最大にする。

$$Y = AL^{1-\alpha}NX^\alpha = C + \eta N + NX \quad (51)$$

コントロール変数は  $X$  と  $c (=C/L)$  であり、状態変数は  $N$  である。(43)を適用してこの問題を解くと、以下の解が得られる。

$$X = LA^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (51)$$

$$\gamma = (1/\theta) [(L/\eta) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} - \rho] \quad (52)$$

$$Y = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} LN \quad (53)$$

$$r = (L/\eta) A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (54)$$

いずれの値も、分権の場合よりも大きい。新生産物と発明の独占権を含むこのモデルにおいても、3節と4節のモデルと同様に、私的収益率と社会的収益率の間にギャップが存在する。潜在的な歪みは、 $P = (1/\alpha) \cdot 1$  で与えられる資本財の独占価格に起因する。

---

9) Jones (1995) は、この規模効果について批判的検討を行っている。

そこで、政府は、新タイプの生産物を創造するための発明家の誘因を損なうことなしに課税－補助金政策を通じて、私的部門の社会的最適化、限界費用価格付けを図る。一括税と以下のような補助金政策の組合せが考えられるが、第三の場合は、静学的な非効率性（資本財の過少生産）が残存することが指摘されている。第一は、 $(1-\alpha)$  の率での資本財購入に対する補助金である。第二は、 $(1-\alpha)/\alpha$  の率での最終生産物生産に対する補助金である。第三は研究（R & D）への補助金である。

#### 4. おわりに

新古典派の成長理論においては、資本に対する収穫遞減が想定されているため、一人あたり産出水準等は長期で一定となる。外生的技術進歩が想定される場合には、一人あたり産出水準は長期的にその技術進歩率で成長する。したがって、各種の経済政策を実施したとしても、それが外生的技術進歩率に影響を及ぼさないかぎり、長期的な成長率を変えることができない。例えば、貯蓄意欲を増大させるような政策が実施された場合、通常、それは定常状態での一人あたり産出水準、一人あたり資本ストックや一人あたり消費水準を引き上げるであろう。また、この政策は、移行過程において、一時的にそれらの成長率を上昇させる。ただし、外部性等が想定されていないため資源配分に問題がないとみなされるので、直ちに貯蓄を刺激する政策の実施が必要であるということにはならないであろう。この政策を実施するか否かは、人々の価値判断に委ねるべきものであろう。

内生的成長理論においては、外部性や研究開発活動等が想定されているため、資本に対する収穫遞減傾向が除去され、資本深化の過程が継続する。一人あたり産出あるいは技術の水準等は持続的に成長する。一人あたり産出等の成長率はモデルの中で内生的に決定される。内生的成長理論は持続的な一人あたり産出の成長率や技術進歩率を説明する理論として評価されているが、このモデルは政策が長期の一人あたり産出の成長率に影響しうるモデルとしても知られている。成長率はモデルの中の各種パラメーターによって決定されるので、これらパラメーターを変えることができる政策は、それを通じて成長率を変化させうる。例えば、 $\rho$  や  $\theta$  の低下をもたらすような貯蓄推進政策は、本稿で取り上げた内生的成長モデルすべてにおいて、一人あたり産出の成長率を引き上げる。しかしながら、外部性や市場の不完全性が存在せず、資源の最適配分が維持されているケースにおいては、経済は社会的にみて最適な成長を遂げているので、貯蓄推進政策が緊急な政策とはみなされないであろう。ただし、3節の後半で展開した learning by doing、公共財や R & D 活動をふくむモデルにおいては、外部性や市場の不完全性があるので、資源が最適に配分されておらず、政府の介入が必要とされる。その結果、この3つのケースのすべてにおいて介入前の成長率は社会的にみて最適な

成長率を下回ってしまう。必要な政策として、公共財を含むモデルの場合、政府規模の適切な選択、他のモデルの場合、投資（資本財の購入）に対する補助金等が挙げられる。

### 参考文献

- Arrow, K. J. (1962), "The Economic Implications of Learning by Doing", *Review of Economic Studies*, Vol. 29, pp. 155–73.
- Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 98, pp. 103–25.
- Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. (1995), *Economic Growth*, New York: McGraw-Hill.
- Jones, C. I. (1995), "R & D-Based Models of Economic Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 103, pp. 759–84.
- Jones C. I. (1998), *Introduction to Economic Growth*, New York: W. W. Norton & Company, Inc.
- Lucas, R. E. (1988), "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, pp. 3–22.
- Mankiw, N. G., Romer, D., and Weil, D. N. (1992), "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, pp. 407–37.
- Rebelo, S. (1991), "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 96, pp. 500–21.
- Romer, P. M. (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 94, pp. 1002–37.
- Romer, P. M. (1990), "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, Vol. 98, pp. 71–102.
- Sala-i-Martin, X. (1990), "Lecture Notes on Economic Growth", *NBER Working Paper*, no. 3563, Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Uzawa, H. (1965), "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth", *International Economic Review*, Vol. 6, pp. 18–31.
- 片山尚平 (2000), 「内生的成長モデルの理論構造」, 経済科学研究, 第3巻 第2号, 125–137頁.
- 二上孝一 (1999), 『経済政策とマクロ経済学』(岩本・大竹・齊藤・二上共著), 第5章「新しい成長理論から見た経済政策」, 日本経済新聞社.