親 族 の 代 数 構 造[1)]

——レヴィ＝ストロースが残したもの——

河 野 敬 雄

（受付　2007 年 10 月 3 日）

要　　　旨

レヴィ＝ストロース，Weil に始まる親族構造の群論による定式化を次の 4 点にわたって再検討する。1. 親族の系譜を用いた局所的公理系とその妥当性の検討，2. インセストの群論的表現と新しい公理の導入，3. 大域的公理系の検討，4. Weil, Bush, White, 盛山による先行研究との比較検討。最後に付録として，1. 定理の証明および White による異なる婚姻規則の個数と我々の導入した公理の下での可能な婚姻規則の個数の計算，2. 盛山の数学的推論の検討，3. Radcliffe-Brown によって調査されたオーストラリア先住民の親族名称の代数構造の検討，をおこなう。

§1. 問 題 設 定

レヴィ＝ストロース（[10]）（以下 L＝S と略記する）は『親族の基本構造』において，数多くの民族の親族関係と婚姻規則を定式化しようとした。彼は数学者 A. Weil（ヴェイユ）に，より複雑な婚姻規則について数式（数学）を用いて定式化することを依頼したと思われる。その解答が第14章 第 I 部補遺として『親族の基本構造』に収められている。Weil の自伝（[17]，p. 227）にはわずかに 3 行で，「私はニューヨークで社会学者のクロード・レヴィ＝ストロースと知己を得，親しくしていたが，私は彼のためにオーストラリアの部族に関する婚姻法則の問題を解いてあげたことがあった」と述べている。問題を「解いた」というより，婚姻法則を置換群を用いて定式化した，というところに彼の功績があるのではないだろうか。A. Weil は世界的数学者として著名であが，人類学に対する興味はあまりなかったように思われてならない。というのは彼の「解答」からは彼が非凡な数学者であり，かつ教養人である，という印象を受けないからである。ただ，彼が題材として与えられたらしいムル

1） 本稿の内容は第43回数理社会学会（2007.3.3-4. 九州大学）における口頭発表「婚姻規則の代数構造——Weil-White－盛山に対する若干のコメント——」および，第44回数理社会学会（2007.9.15-16. 広島修道大学）におけるポスターセッション「親族名称の代数構造——Radcliffe-Brown のデータ解析——」に基づいて加筆修正したものである。

ンギン族の婚姻規則は残念ながら代数構造としては単純ではなく，後に J. G. Kemeny, J. L. Snell, G. L. Thompson（[7]，以下 K-S-T と略記する）が公理化した範囲に入らなかったことを考えると L = S の与えた sample が適当ではなかったとも言える。さらに言うならば，L = S は Weil による置換群を用いた定式化の意義を理解しなかったのではないだろうか。何故ならば，最も簡単なカリエラ型の婚姻規則を Weil の定式化を用いて表現しようと試みた形跡がない。本文にはカリエラ型の婚姻規則について極めて冗長な説明がなされているからである。Weil の定式化とその implication を最初に理解したのはおそらく後述するように Bush（[1]）である。彼はカリエラ型の婚姻規則を Weil の定式化を用いて位数4の可換な置換群として表現している。

本論文では，最初に公理の前提となる親族関係の捉え方を再検討し，従来の定式化の基礎となる関係式の妥当性についてもアフリカのヌアー族の例（[2]）等に基づいて検討する。次に K-S-T（[7]），H. C. White（[18]）および盛山（[14]）の公理系を中心に再検討し，彼らの公理系の内，兄弟・姉妹婚の禁止という直接的インセスト・タブーの公理を純粋に数学的公理に置き換えることによって，兄弟・姉妹婚以外のインセスト・タブーや性規範（不義・密通の禁止等）を導くこと，および構造的に異なる[2)] 婚姻規則の個数を White の考察よりも大幅に減らすことにより，現存する婚姻規則を特徴づける（決定する）ことの可能性を検討する。なお，婚姻規則の特徴付けは盛山においても論じられている。

§2. 親族構造を数学的に定式化するための前提条件について

親，兄弟・姉妹，妻，夫，オジ，オバ等の親族関係は日常的に，個人的にも社会的にも自覚的に認識されている。しかし，親族関係全体を社会構造として数学的に定式化しようとする場合，幾つかの数学的前提を確認しておく必要がある。さもないと，無用な混乱ないし誤解を生むからである。たとえば，L = S の功績は，「婚姻とは女の交換である」と喝破したところにある[3)]，というとき，すでに一定の数学的条件を前提にしている。すなわち，「女」を交換する主体となるクランないしセクション等々様々に呼ばれる社会集団の存在を仮定している。これらの集団の数学的定式化において重要なことは，Weil による定式化において仮定してあるように，当該社会がこれらの社会集団によって予め分割されている，ということである。この社会のメンバーとは過去の先祖から始まって将来生まれるはずの子孫すべてをも含めて時間的に不変な互いに共通部分を持たない社会集団に分割されている，ということを

2） 厳密に数学的な定義は付録 1 を参照されたい。

3） Fox（[4]，p. 244）は，「女の交換」という概念はすでに旧約聖書（創世記）に書いてある，と述べている。もっとも創世記の場面と L = S が想定した場面では相当に状況が違うように思われる。

大前提としている。従って，将来生まれてくる子供は既存のどの集団に属さなくてはいけないかが社会規範として事前に規則化されていなくてはならない。ところで，数学的にはある集合 X が幾つかの部分集合に分割されている，ということと X に同値関係がひとつ定義されている，ということは同じことであると考えてよい[4]。同値関係でもっとも重要な規則はよく知られているように推移律（$x \simeq y$ かつ $y \simeq z \Rightarrow x \simeq z$）である。血縁関係は明らかに同値関係であるが，日常感覚における親族関係は推移律を満たさない。もし，ひろく血縁関係を持つメンバーはすべて親族関係にある，と定義して社会を分割し，その集団間で「女」を交換すると，彼女の子を通じた血縁関係によってこの 2 つの集団のメンバーは同一の親族集団となり，ひとつの同値類の集合に纏められてしまうことが論理的に帰結する。従ってこの場合，「女」を交換し続けると最終的には社会全体が一つの同値類となってしまい，「女」を交換できなくなってしまう。つまり，L = S のアイディアを生かしつつ，数学的に定式化するためには「親族の基本構造」とは別の構造ないし概念によって社会は予め分割されていなくてはならない。L = S はその構造を明らかにはしていない。実際，K-S-T やその後の White，盛山の公理系においては婚姻関係に先立って当該社会がクランによって分割されおり，その分割がその後新たに生まれる成員の親族関係によっても不変である，ということが公理としてアプリオリに仮定されている。

一方，人類学のフィールドワークによって，インセスト関係，イトコ婚等親族関係に基づく多くのデータが集積されており，それらを数理的に構造分析して説明，理解することは L = S を含めて多くの研究者によって試みられている。

まず最初に，「親族の基本構造」を定式化するためには二つの方向があり得ることを確認しておきたい。ひとつは大域的定式化，他のひとつは局所的定式化である。Weil, K-S-T, White，盛山いずれの定式化，公理系もこの点に関しては峻別していない。しかしながら，親族関係はすぐれて個人的な関係である。少なくとも生物学的血縁関係は原理的にたどることが出来る。もしもある社会において，各メンバー間の親族関係をある共通の原理によって記述，理解することが可能であるとするならば，その原理こそがまさに当該社会の「親族の基本構造」と呼ばれるべきものであろう。とはいえ，そのような基本構造（＝社会規範）が永続的に維持されるためには，各メンバー（或いは配偶者選択の決定権を持っているメンバー）がその適用規則を認識している必要がある。その場合の規範は当然局所的な表現つまり，各個人はどうすべきであるか，という表現のはずである。盛山（[14]，p. 175）が「婚姻規則は当該社会において普遍的に作動しており，ことなるエゴにとっての局在的（ローカル）な社会構造の見え方は同質的なものであって，それ自身大局的（グローバル）な像と一

4） Fararo（[3]，4.12）「同値関係と商集合」もしくは岩波数学辞典第 3 版「同値関係」（p. 296）を参照されたい。

致する，という理念が背後にあるということである。」と述べているのはこの間の事情を指摘しているように思われる。これに対して L = S の冗長な文章からは，オーストラリアのごく限られたサンプルを除いて，親族関係についてローカルな親族関係の種々の規範から当該社会の「社会構造」を説得的に説明をしているとは到底思われない。

オーストラリア先住民に関しては人口が少ないこともあり，個人による局所的親族理解と社会規範が比較的よく一致していると思われる。このことが数理モデル化が一応の成功を見た理由であろうと思われるがどこまで人類一般の「親族の基本構造」に普遍化できるかどうかはきわめて疑問に思われる。Maddock（[11] p. 99）は「アボリジナルの婚姻は，かれらの親族関係の一般的特性をいくつか最初に述べておけば，比較的容易に理解されるだろう」と述べて，その第 1 に「あるアボリジナルが社会的交渉をもつすべての人間がかれにとって親族であるという意味で，親族関係と社会は同一の広がりを有している」ことをあげている。しかし，概念的には，彼がはっきり指摘しているように，「クラス体系は社会中心的で，区分の数がかなり少なく（2, 4, 8）一方親族体系は自己中心的で，区分の数がかなり多いから（おそらく19 から 25）かならずしもつねに一方からもう一方へ述べるところを正確に移し換えることが可能ではないかもしれない（pp. 154–155)」とも述べている。従って，Weil 以降，すべての数理モデルが公理系としてかかげている仮定，すなわち，大域的，社会的体系による社会区分と局所的親族関係による社会区分が一致している，という仮定は少々現実離れしているのではないだろうか。

Fox（[4]）（6 章）には個人（エゴ）を中心に一定血縁以内の集団（キンドレッド）を婚姻の基本単位にして，外婚制をとる社会のことが論じられている。この場合，当然キンドレッドは社会の分割にはなっていない。ゆるい意味での「集団」（ファジー集合）を基本にして出発点にすることは可能であろうが，少なくとも L = S においては理念型として社会が集合の意味で厳密に部分集合に分割されていることを前提にしなければ「女」を集団間で交換することができない。Fox は 4 つの前提条件から出発して極めて論理的，明晰に彼の親族構造の理論を解説している（p. 38)。ただし，彼の前提と我々の公理系とは異なる。彼の前提から数理モデルを作ることは出来ない。なお，P. E. デ = ヨセリン = デ = ヨング他 .『オランダ構造人類学』（1987）（[6]）に取り上げられている多くの事例も本稿の公理系を満たしていないように思われる。それらを捨象して親族の「基本構造」を論じてよいものかどうか疑問なしとしない。しかし，そのことはむしろ L = S の『親族の基本構造』に対しても言えることであろう。

§3. 定式化および公理系

以下に考察する我々の公理系は実質的には先行研究のそれと 1 つを除いて同値であるが，先行研究では渾然一体となっていた局所的記述と大域的記述を峻別して，局所的に個人からみた親族関係から先に分析する[5)]。親族関係は優れて個人的関係であるから，個人（エゴ）から見た関係として定式化する[6)]。そのために，この節で考える複数の個人は次の関係で結ばれていると仮定する[7)]。かつ，各個人は 1 人の配偶者と結婚し，それぞれ息子と娘をひとり産むと仮定する。ただし，必要に応じて次男，次女の存在を仮定する。その際最も重要なことは，概念上，長男，長女，次男，次女はすべて同一視することである（大域的に定式化する場合は，同じクランに属すという仮定である）。この定式化が現実にマッチしているかどうかの検証は親族名称やそれに基づく規範がこの仮定と矛盾しないかどうかである程度は検証可能である（後述）。論理的な検証のためにこのことを公理として掲げておく。

公理 1． 兄弟・姉妹は親族概念において同一視する（同一のカテゴリーに分類する）。

この公理は一見現実的でないように思われるかもしれないが，親族名称において父親と彼の兄弟（父方オジ）や母親と彼女の姉妹（母方のオバ）に対して同一名称を用いる部族の存在が知られているからそれなりに実証的根拠はある。

さて，一定の公理の下で親族関係に代数構造（置換群の構造）を導入する準備として，親族関係を記号で表現する。

あるエゴ（男）i の妻が j である，という関係を ${}_iW_j$ で表す。次にこの男の子供が k である，という関係を ${}_iC_k$ で表す。逆の関係，つまり，エゴ（女）j の夫が i である，という関係を ${}_jW_i^{-1}$ で，子供（息子または娘）が k でその父親が i である，という関係を ${}_kC_i^{-1}$ で表す[8)]。

次に親族関係を表す基本概念を人類学の慣習に従って記号化する。エゴ（$\mathcal{E}$）の父親（$\mathcal{F}$），母親（$\mathcal{M}$），兄弟（$\mathcal{B}$），姉妹（$\mathcal{Z}$）[9)]，息子（$\mathcal{S}$），娘（$\mathcal{D}$），妻（$\mathcal{W}$）[10)]，エゴが女の場合にエ

5） White（[18]，p. 10）にも Axiom 1A, Axiom 1B, Axiom II としてあげてあるが，その後の 2 章の公理1-8との関係は述べられていないようである。

6） Murdock（[12]）にあるように一次親族から出発して系譜を辿ってゆくことである。

7） 記号は基本的に White のそれを踏襲する。ただ，W は人類学で用いる Wife の記号と同じとなるので，Wife の方は $\mathcal{W}$ と記す。

8） 注意：後に詳述するように，エゴ（男）の子供を表す場合は C，エゴ（女）の子供を表す場合は $W^{-1}C$ と表されるから C は正確には父－息子関係を表すと理解すべきである。

9） Sister の $\mathcal{S}$ を用いると Son と混同するためである。

10） 前記の夫－妻関係を表す W と区別するために字体を変えた。

ゴの夫（$\mathcal{H}$)。以下の議論においてはエゴは特記しないかぎり男をさす。ただし，エゴの夫，という場合は論理的に推定可能であるからエゴは女である。

以上の基本的記号を準備すると 4 種類のイトコ（女）は次のように表現される。

父方平行イトコ = $\mathcal{FBD}$（Father'sBrother'sDaughter),

父方交叉イトコ = $\mathcal{FZD}$（Father'sSister'sDaughter),

母方平行イトコ = $\mathcal{MZD}$（Mother'sSister'sDaughter),

母方交叉イトコ = $\mathcal{MBD}$（Mother'sBrother'sDaughter).

上記の関係を前記の W, C を用いて表現すると次のようになる。エゴ i のイトコ j（女）の関係は

$$\mathcal{FBD} = {}_iC_a^{-1}{}_aC_j \qquad \mathcal{FZD} = {}_iC_a^{-1}{}_aW_b^{-1}{}_bC_j$$

$$\mathcal{MBD} = {}_iC_a^{-1}{}_aW_{bb}C_j \quad \mathcal{MZD} = {}_iC_a^{-1}{}_aW_{bb}W_c^{-1}{}_cC_j$$

と表される。ここで，再度注意しておくと，公理 1 によって長男，長女，次男，次女はすべて同一視しているから，$\mathcal{FBS}$ とエゴの兄弟，$\mathcal{FBD}$ とエゴの姉妹はそれぞれ同一視しなくてはならない。従って，この生物学的系譜の違いを実際の社会規範として峻別している社会に対してこれ以降の定式化を適用することは無意味である。

これらの記号化で直ちにわかるように $C^{-1}C$ は出発した個人にもどるから，同一の個人（同一のカテゴリー）をしめす記号 I (identity) を導入しておくと便利である。数学的には恒等変換，群論のことばでいえば単位元のことである。W と W^{-1}についても同様である。つまり，

$$CC^{-1} = C^{-1}C = I,\ WW^{-1} = W^{-1}W = 1 \qquad (1)$$

と考えてよい。なお，明らかに $CI = IC = C,\ C^{-1}I = IC^{-1} = C$（$W$ についても同様）であり，今後断りなく利用する。以後しばらく，添え字 i, j, k … を省略してただ単に C, W と書き，関係式(1)を用いて議論を進めてゆく。

公理 1 の妥当性

いわゆる「未開社会」に関しては公理 1 によって説明できる（少なくとも矛盾しない）親族名称体系をもつ部族が知られている。ここでは Radcliffe-Brown（[13]）にまとめられているオーストラリア先住民の親族名称について検討してみる[11)]。

次の表はカリエラ族が用いている親族名称が示す親族関係に，Radcliffe-Brown に従って対応する英語の名称を略記し（pp. 148–149），その関係を上記の C, W で表現した記号を付け加えたものである。すぐ後で解析するようにさらに一定の条件を満たす群構造を仮定するともっと単純に表現できる。親族名称欄の（m）は男性が用いる場合，（f）は女性が用いる

11)　後述するように，カリエラ族については White［18］3.1. でも種々論じられている。

場合を表す。C, W で表記した場合，男性の立場と女性の立場は異なる場合があることに注意されたい。たとえば，息子は男性からは C でよいが，女性からは $W^{-1}C$ となる。

なお，公理 1 は，一妻多夫婚[12)]やレビレート婚，ソロレート婚[13)]を理解するにも都合のよい理念化である。

親族名称	英語による親族関係（C, W による表記)
Maeli	$\mathcal{FF}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1})$, $\mathcal{FFB}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}I)$, $\mathcal{MMB}\ (m, f\,;C^{-1}WC^{-1}WI)$, $\mathcal{WMF}\ (m\,;\, WC^{-1}WC^{-1})$, $\mathcal{HMF}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}WC^{-1})$, $\mathcal{SS}\ (m\,;\, CC)$, $\mathcal{SD}\ (m\,;\, CC)$
Kabali	$\mathcal{FM}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}W)$, $\mathcal{FMZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}WI)$ $\mathcal{MFZ}$ $(m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}I)$, $\mathcal{WMM}\ (m\,;\, WC^{-1}WC^{-1}W)$, $\mathcal{HMM}$ $(f\,;\, W^{-1}C^{-1}WC^{-1}W)$, $\mathcal{SS}\ (f\,;\, W^{-1}CC)$, $\mathcal{SD}\ (f\,;\, W^{-1}CC)$
Tami	$\mathcal{MF}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1})$, $\mathcal{MFB}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}I)$, $\mathcal{FMB}$ $(m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}WI)$, $\mathcal{WFF}\ (m\,;\, WC^{-1}C^{-1})$, $\mathcal{HFF}$ $(f\,;\, W^{-1}C^{-1}C^{-1})$, $\mathcal{DS}\ (m\,;\, CW^{-1}C)$, $\mathcal{DD}\ (m\,;\, CW^{-1}C)$
Kandari	$\mathcal{MM}\ (m, f\,;\, C^{-1}W^{-1}C^{-1}W^{-1})$, $\mathcal{MMZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}W^{-1}C^{-1}W^{-1}I)$ $\mathcal{FFZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}I)$, $\mathcal{WFM}\ (m\,;\, WC^{-1}C^{-1}W)$, $\mathcal{HFM}$ $(f\,;\, W^{-1}C^{-1}C^{-1}W)$, $\mathcal{DS}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{DD}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1}C)$
Mama	$\mathcal{F}\ (m, f\,;\, C^{-1})$, $\mathcal{FB}\ (m, f\,;\, C^{-1}I)$, $\mathcal{MZH}\ (m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1})$ $\mathcal{WMB}\ (m\,;\, WC^{-1}WI)$, $\mathcal{HMB}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}WI)$
Nganga	$\mathcal{M}\ (m, f\,;\, C^{-1}W)$, $\mathcal{MZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}WI)$, $\mathcal{FBW}\ (m, f\,;\, C^{-1}IW)$ $\mathcal{WFZ}\ (m\,;\, WC^{-1}I)$, $\mathcal{HFZ}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}I)$
Kaga	$\mathcal{MB}\ (m, f\,;\, C^{-1}WI)$, $\mathcal{FZH}\ (m, f\,;\, C^{-1}IW^{-1})$, $\mathcal{WF}\ (m\,;\, WC^{-1})$, $\mathcal{HF}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1})$
Toa or Yumani	$\mathcal{FZ}\ (m\,;\, C^{-1}I)$, $\mathcal{MBW}\ (m\,;\, C^{-1}WIW)$, $\mathcal{WM}\ (m\,;\, WC^{-1}W)$, $\mathcal{BS}\ (f\,;\, IC)$, $\mathcal{DH}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1})$, $\mathcal{HZS}\ (f\,;\, W^{-1}IW^{-1}C)$
Yuro	$\mathcal{FZ}\ (f\,;\, C^{-1}I)$, $\mathcal{MBW}\ (f\,;\, C^{-1}WIW)$, $\mathcal{HM}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}W)$
kaja	*older* $\mathcal{B}\ (m, f\,;\, I)$, $\mathcal{FBS}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}IC)$, $\mathcal{MZS}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1}C)$
Turdu	older $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\, I)$, $\mathcal{FBD}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}IC)$, $\mathcal{MZD}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1}C)$
Margara	younger $\mathcal{B}\ (m, f\,;\, I)$, $\mathcal{FBS}$ (**) $(m, f\,;\, C^{-1}IC)$, $\mathcal{MZS}$ (**) $(m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1}C)$
Mari	younger $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\, I)$, $\mathcal{FBD}$ (**) $(m, f\,;\, C^{-1}IC)$, $\mathcal{MZD}$ (**) $(m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1}C)$
Nuba	$\mathcal{MBD}\ (m\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZD}\ (m\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{W}\ (m\,;\, W)$, $\mathcal{BW}\ (m\,;\, IW)$, $\mathcal{WZ}\ (m\,;\, WI)$, $\mathcal{FZS}\ (f\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{H}\ (f\,;\, W^{-1})$ $\mathcal{MBS}\ (f\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{ZH}\ (f\,;\, IW^{-1})$, $\mathcal{HB}\ (f\,;\, W^{-1}I)$

12） 兄弟が 1 人の女性を妻として共有する形態は極めてまれな例であり，かつ経済的条件が改善されるとともに消滅するケースがほとんどであることを考えると親族の「基本構造」と言ってよいかどうかはなはだ疑問である。

13） 夫の死後その妻が夫の兄弟と結婚すること（あるいは望ましいとみなされること）をレビレート婚，妻の死後，妻の姉妹と結婚すること（あるいは望ましいとみなされること）をソロレート婚という。

Kumbali	$\mathcal{MBS}\ (m\,;C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZS}\ (m\,;C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{ZH}\ (m\,;IW^{-1})$, $\mathcal{WB}\ (m\,;WI)$
Bungali	$\mathcal{MBD}\ (f\,;C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZD}\ (f\,;C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{BW}\ (f\,;IW)$, $\mathcal{HZ}\ (f\,;W^{-1}I)$
Maiñga	$\mathcal{S}\ (m\,;C)$, $\mathcal{BS}\ (m\,;IC)$, $\mathcal{S}\ (f\,;W^{-1}C)$, $\mathcal{ZS}\ (f\,;IW^{-1}C)$
Kundal	$\mathcal{D}\ (m\,;C)$, $\mathcal{BD}\ (m\,;IC)$, $\mathcal{D}\ (f\,;W^{-1}C)$, $\mathcal{ZD}\ (f\,;IW^{-1}C)$
Kuling or Yaraija	$\mathcal{ZS}\ (m\,;IW^{-1}C)$, $\mathcal{DH}\ (m\,;CW^{-1})$
Ngaraia or Bali	$\mathcal{ZD}\ (m\,;IW^{-1}C)$, $\mathcal{SW}\ (m\,;CW)$
Ngaraia	$\mathcal{BD}\ (f\,;IC)$, $\mathcal{SW}\ (f\,;W^{-1}CW)$
Nguranu	$\mathcal{W}\ (m\,;W)$
Yarungu	$\mathcal{BW}\ (m\,;IW)$

(*): if older than the speaker. (**): if younger than the speaker.

上記の表を眺めると一見統一したルールがないように思われるかも知れないが，実は以下で分析するように群論の言葉で定式化すると見事な整合性を満たしていることがわかるのである。

カリエラ族の婚姻ルールは Radcliffe-Brown によると $\mathcal{MBD}$ 婚つまり母方交叉イトコ婚を基本としている。母方のイトコは $C^{-1}WC$ と表されるが，この関係にある娘を妻にする，ということは $C^{-1}WC = W$ が成り立つことである。この関係式に左から C を作用させると，$CC^{-1} = I$ なる関係より $WC = CW$ つまり，可換群である，ということが導かれる。$\mathcal{MBD}$ 婚は群論の言葉で表現すると，C, W から生成される部分群 $<C, W>$ が可換群（アーベル群）となることと同値である（群論に関する記号についての一般的説明は後述する）。以下 White（[18] 3.1）に従って分析する。まず，前記の表中，“Kaga” の欄においては，$\mathcal{MB}\ (C^{-1}W)$ と $\mathcal{FZH}\ (C^{-1}W^{-1})$ が同一視されていることがわかる。つまり，$C^{-1}W = C^{-1}W^{-1}$ である。この関係式は $W = W^{-1}$ つまり，$W^2 = I$ と同値である[14]。次に，“Maeli” の欄においては，$\mathcal{FF}\ (C^{-1}C^{-1})$ と $\mathcal{SS}\ (CC)$ が同一視されている。つまり，$C^2 = C^{-2}$ である。この関係式は $C^4 = I$ と同値である。これによって，カリエラ型の婚姻規則は $W \neq I,\ W^2 = I,\ C \neq I,\ C^2 \neq I,\ C^4 = I,\ WC = CW$ であることが予想される。従って，

仮説：カリエラ族の婚姻規則は $<C, W> = Z_4 \times Z_2$（つまり，4 次の巡回群と 2 次の巡回群の直積）で表わされる。

14） L = S の発想では，クランどうしの女の交換から $W^2 = I$ を導くが，ここでは親族名称の整合性かから導びかれたことに注意されたい。

を仮定して前記の表中の親族関係の記号を縮約してみる。なお，

$$Z_4 \times Z_2 = \{I, C, C^2, C^3, W, WC, WC^2, WC^3\}$$

と表現できるから，表にある C, W の関係式はすべてこれら 8 通りに還元される。それを実行して結果を書き直した表が次表である。

親族名称	英語による親族関係（C, W による表記)
Maeli (C^2)	$\mathcal{FF}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{FFB}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{MMB}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{WMF}$ (m ; C^2), $\mathcal{HMF}$ (f ; C^2), $\mathcal{SS}$ (m ; C^2), $\mathcal{SD}$ (m ; C^2)
Kabali (WC^2)	$\mathcal{FM}$ (m, f ; WC^2), $\mathcal{FMZ}$ (m, f ; WC^2) $\mathcal{MFZ}$ (m, f ; WC^2), $\mathcal{WMM}$ (m ; WC^2), $\mathcal{HMM}$, (f ; WC^2), $\mathcal{SS}$ (f ; WC^2), $\mathcal{SD}$ (f ; WC^2)
Tami (WC^2)	$\mathcal{MF}$ (m, f ; WC^2), $\mathcal{MFB}$ (m, f ; WC^2), $\mathcal{FMB}$ (m, f ; WC^2), $\mathcal{WFF}$ (m ; WC^2), $\mathcal{HFF}$ (f ; WC^2), $\mathcal{DS}$ (m ; WC^2), $\mathcal{DD}$ (m ; WC^2)
Kandari (C^2)	$\mathcal{MM}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{MMZ}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{FFZ}$ (m, f ; C^2), $\mathcal{WFM}$ (m ; C^2), $\mathcal{HFM}$ (f ; C^2), $\mathcal{DS}$ (f ; C^2), $\mathcal{DD}$ (f ; C^2)
Mama (C^3)	$\mathcal{F}$ (m, f ; C^3), $\mathcal{FB}$ (m, f ; C^3), $\mathcal{MZH}$ (m, f ; C^3), $\mathcal{WMB}$ (m ; C^3), $\mathcal{HMB}$ (f ; C^3)
Nganga (WC^3)	$\mathcal{M}$ (m, f ; WC^3), $\mathcal{MZ}$ (m, f ; WC^3), $\mathcal{FBW}$ (m, f ; WC^3), $\mathcal{WFZ}$ (m ; WC^3), $\mathcal{HFZ}$ (f ; WC^3)
Kaga (WC^3)	$\mathcal{MB}$ (m, f ; WC^3), $\mathcal{FZH}$ (m, f ; WC^3), $\mathcal{WF}$ (m ; WC^3), $\mathcal{HF}$ (f ; WC^3)
Toa or Yumani (m ; C^3, f ; C)	$\mathcal{FZ}$ (m ; C^3), $\mathcal{MBW}$ (m ; C^3), $\mathcal{WM}$ (m ; C^3), $\mathcal{BS}$ (f ; C), $\mathcal{DH}$ (f ; C), $\mathcal{HZS}$ (f ; C)
Yuro (C^3)	$\mathcal{FZ}$ (f ; C^3), $\mathcal{MBW}$ (f ; C^3), $\mathcal{HM}$ (f ; C^3)
kaja (I)	*older* $\mathcal{B}$ (m, f ; I), $\mathcal{FBS}$ (m, f ; I), $\mathcal{MZS}$ (m, f ; I)
Turdu (I)	older $\mathcal{Z}$ (m, f ; I), $\mathcal{FBD}$ (m, f ; I), $\mathcal{MZD}$ (m, f ; I)
Margara (I)	younger $\mathcal{B}$ (m, f ; I), $\mathcal{FBS}$ (m, f ; I), $\mathcal{MZS}$ (m, f ; I)
Mari (I)	younger $\mathcal{Z}$ (m, f ; I), $\mathcal{FBD}$ (m, f ; I), $\mathcal{MZD}$ (m, f ; I)
Nuba (W)	$\mathcal{MBD}$ (m ; W), $\mathcal{FZD}$ (m ; W), $\mathcal{W}$ (m ; W), $\mathcal{BW}$ (m ; W), $\mathcal{WZ}$ (m ; W) $\mathcal{FZS}$ (f ; W), $\mathcal{MBS}$ (f ; W), $\mathcal{H}$ (f ; W), $\mathcal{ZH}$ (f ; W), $\mathcal{HB}$ (f ; W)
Kumbali (W)	$\mathcal{MBS}$ (m ; W), $\mathcal{FZS}$ (m ; W), $\mathcal{ZH}$ (m ; W), $\mathcal{WB}$ (m ; W)
Bungali (W)	$\mathcal{MBD}$ (f ; W), $\mathcal{FZD}$ (f ; W), $\mathcal{BW}$ (f ; W), $\mathcal{HZ}$ (f ; W)
Maiñga (m ; C, f ; WC)	$\mathcal{S}$ (m ; C), $\mathcal{BS}$ (m ; C), $\mathcal{S}$ (f ; WC), $\mathcal{ZS}$ (f ; WC)
Kundal (m ; C, f ; WC)	$\mathcal{D}$ (m ; C), $\mathcal{BD}$ (m ; C), $\mathcal{D}$ (f ; WC), $\mathcal{ZD}$ (f ; WC)
Kuling or Yaraija (WC)	$\mathcal{ZS}$ (m ; WC), $\mathcal{DH}$ (m ; WC)
Ngaraia or Bali (WC)	$\mathcal{ZD}$ (m ; WC), $\mathcal{SW}$ (m ; WC)
Ngaraia (C)	$\mathcal{BD}$ (f ; C), $\mathcal{SW}$ (f ; C)
Nguranu (W)	$\mathcal{W}$ (m ; W)
Yarungu (W)	$\mathcal{BW}$ (m ; W)

この表を眺めて読者はどのように感じられるであろうか。これだけ多くの親族名称があり，各名称に属する複数の親族関係があるにも関らず，上記の代数構造を仮定して縮約して表現してみてもまったく不整合な部分を発見できないことに驚かされるのではないだろうか。

White はカリエラ族の親族名称の分類を詳細に検討してその構造が通説の 4 クランで，$<C, W> = Z_2 \times Z_2$ ではなく，8 クランで，$<C, W> = Z_4 \times Z_2$ とみなしても完全に整合的であることを示している。彼は “The clarity of the Kariera system is in fact suspiciously perfect.”（p. 95, 3.1. ↓13–14）と述べている。

この表中で Toa, Mainga, Kundal の部分は男性の立場と女性の立場では C, W による表現は異なるが，同じ名称を用いている。しかし，娘の娘の場合は男の立場（Tami）と女の立場（Kandari）で厳格に C = 父－息子関係と理解することによって初めて整合性のある分類が完成する。

親族の「基本構造」という場合，いわゆる「未開社会」の親族関係はその後に発展した複雑な社会の原型，基本構造を強く保存しているはずであり，人類社会の初期の普遍的構造である，という大前提を仮定して（信じて）いるのではないだろうか。それでは，上記の定式化の成功例としてしばしば引用されるオーストラリア先住民，とくに1910年代にすでに100名に満たなかったといわれるカリエラ族（[13]，p. 144）以外に積極的に公理 1 および C, W に関する代数演算が可能である，という仮定に基づく定式化が適用できそうな例が知られているのであろうか（本稿付録 3 も参照されたい)。人類学の原資料に基づく十分な検討を行う素養を持ち合わせないが，Evans-Pritchard（[2]）によるアフリカ，スーダンのヌアー族の調査から，とくにインセスト・タブーが公理 1 および C, W に関する代数演算が可能であることを仮定してどこまで整合的に理解できるのかを検討しておく。(カッコ内は公理 1 を仮定した上で C, W を用いた表現)。ただし，インセスト（タブー）は性関係の容認と結婚可能性（性関係の禁止と結婚の禁止）両義に用いる。また，婚姻が選好的（preferential）であるか規定的（prescriptive）であるかは問わない（問えない)。「親族の基本構造」に数理モデルを適用して分析しているすべての先行研究において，これらの区別は捨象されている。

（1）「妻の姉妹（$WI = W$）とは結婚できない」([2]，p. 49)

分析：妻の姉妹は公理 1 の下では W であるから，結婚できるカテゴリーに属する。

（2）「もっとも罪が深いとされているのが父の妻（$C^{-1}W$)，同母兄弟の妻（IW)，息子の妻（CW)，母方オジの妻（$C^{-1}WIW$）との性関係である。これらの女との性関係は姉妹との関係と同程度に罪が重く，. . . 」「母方オジの息子の妻（$C^{-1}WICW$)，父方オバの息子の妻（$C^{-1}IW^{-1}CW$)，母方オバの息子の妻（$C^{-1}WIW^{-1}CW$）との性関係もルアル（インセスト）で

ある」。一方「父方オジの妻（$C^{-1}IW$），異母兄弟の妻[15]（IW），父方イトコの妻（平行イトコならば $C^{-1}ICW$），交叉イトコならば $C^{-1}IW^{-1}CW$）との性関係だけはルアルだという非難の対象とならない」（[2]，p. 55）。

分析：性関係あるいは結婚できる，という関係は W と等号で結ばれている，ということであるから，上記の文章を記号化すると後半の文章のうち，父方交叉イトコの妻との性関係が許される，という関係は $C^{-1}IW^{-1}CW = W$，つまり $W = I$ を意味する。これは姉妹との結婚ないし性関係の容認を意味する。前半部分は，父の妻との関係の禁止であるから，$C^{-1}W \neq W$, つまり，$C \neq I$。同様に同母兄弟の妻との関係の禁止は $W \neq W$ であるが，これは論理的に矛盾するから，この部分だけをとっても公理1は破綻する。しかし，完全な数理モデルは存在しないし，後に議論するように，公理系を局所的に定義して，兄弟を同一視した場合は，そもそもこのタブーは存在しない。息子の妻との関係の禁止は $CW \neq W$ つまり，$C \neq I$，母方オジの妻との関係の禁止は $C^{-1}WIW \neq W$ つまり，$W \neq C$，母方オジの息子の妻との関係の禁止は $C^{-1}WICW \neq W$，つまり $W \neq I$，父方オバの息子の妻の場合は $C^{-1}IW^{-1}CW \neq W$，つまり，$W \neq I$，母方オバの息子の妻の場合は，$C^{-1}WIW^{-1}CW \neq W$，つまり，$W \neq W$ となる。後半の関係式と必ずしも100％整合的とは言いがたいが，代数的に意味のある関係式 $C \neq I$, $W \neq I$, $C \neq W$ は後に述べる我々の公理系において，公理的に表現することができる。（§5 節を参照されたい）

甲田（[8]，p. 31）によると，ユダヤ法典においては $\mathcal{FZ}$ ($C^{-1}I$) 婚と $\mathcal{MZ}$ ($C^{-1}WI$) 婚とは禁止されているが，$\mathcal{BD}$ (IC) 婚と $\mathcal{ZD}$ ($W^{-1}C$) 婚は同法典によってはっきり承認されている由である。このことを代数的に表現すると前者は $C^{-1} \neq W$ つまり，$CW \neq I$ と $C^{-1}W \neq W$ つまり，$C \neq I$，後者は $C = W$ と $W^{-1}C = W$ つまり，$C = WW$ となって原理的にかなり構造が異なる。ここで，旧約聖書にまで遡るという見方もある「女の交換[16]」，つまり，$WW = I$ を仮定してみると前者は $C \neq W$ と $C \neq I$，後者は $C = W$ と $C = I$ となって完全に矛盾してしまう。

同じく甲田（p. 39）によると「わが国のイトコ婚は，クロス，パラレルの別なく，いずれの第 1 イトコ婚も許容し，いずれの第 1 イトコにも傾斜していることがみられない」とある。このことを代数的に表すと父方交叉イトコ婚は $C^{-1}IW^{-1}C = W$ つまり，$W^{-1}C = CW$，母方交叉イトコ婚は $C^{-1}WIC = W$ つまり，$WC = CW$ の関係となり後に詳しく議論するようにかなりひろくインセスト・タブーを代数的に仮定してもこの関係を禁止することは難しい。こ

15）公理 1 を仮定した親族関係では異母兄弟と同母兄弟を区別できない。必ずしも一夫一妻制を仮定しているわけではないが，複数の妻は同一のカテゴリー，つまり概念上は同一人物とみなされるからである。

16）創世記34-16

れに反して，父方平行イトコ婚は $C^{-1}IC = W$ つまり，$I = W$，母方平行イトコ婚も $C^{-1}WIW^{-1}C = W$ つまり，$I = W$ となるため，平行イトコ婚を許容することと兄弟・姉妹婚（$\mathcal{BZ}$ 婚）を許容することとは同じことになり，公理 1 に基づく代数構造上は交叉イトコ婚と平行イトコ婚は峻別されなければならないが，日本古来の婚姻構造は明らかに公理 1 とは両立しそうにない。

より一層の数学的分析を可能にするために我々は次のことを仮定する。

公理 2． 上記の父－息子関係を表す C を祖先および子孫に辿ってゆくとき，いずれかの世代において同一視が行われる（たとえば，エゴの子供に何代か前の祖先の名前を付ける場合を想定している）と仮定する。夫－妻の関係を表す W に関しても同様とする（ある兄弟・姉妹の組（家と呼ぶことにする）から出発して夫－妻の関係で結ぶと幾つかの家同士が婚姻関係によって環のように結ばれる，ということである[17)]）。

ある一家から出発してその両親，子供（一男一女）について次々と可能な限り C と W で結んでゆくと公理 2 によって有限個の家（その総数を n とする）が関係 C と W で結ばれる。ただ，注意すべきことは W によって最後に結ばれた女はすでにそれ以前の親族関係ですでに現れている家であるから，その夫婦から生まれた子供は既存の家に養子に行かなければならない。その後の規則はすでに以前に現れた同じ規則に従うものとする。

公理 2 は多分に直感的，記述的でありこれ以上の数学的分析には耐えられない。要するに，数学的には n 戸の「家」があり，C と W の親族関係が n 戸の「家」全体からなる集合（「社会」と呼ぶことにする）上の置換になっている，ということを仮定することである。

ここで C, W を n 次行列で表現しておく。C を，関係 ${}_{\mathbf{i}}\mathbf{C}_{\mathbf{j}}$ が成り立っているとき（つまり i 家の息子が j 家を継いだとき）(i, j) 成分を 1 とし，残りの成分を 0 とおいて得られる n 次行列とする。i 家から出発して世代が一巡し，かつその中に含まれていない家が残っていればその残った家から同じ手順を繰り返す。この過程で現れる家はすべて異なる家とみなす。W についても同様とする。

上記の定式化より C, W は順列行列である（つまり，$\mathrm{N} = \{1, 2, \ldots, \mathrm{n}\}$ 上の置換となること）。新しい家が現れなくなったところでこの操作は終了する（有限個の関係で以上の操作が終わることを公理 2 は述べている）。一度 n 戸の家が親族関係 C と W で結びつけられたとき，その規則は世代を経ても同じでなくては困る。さもないと，ひとつの置換群の構造と

17） L = S では $W^2 = I$ の場合には限定交換，$W^q = I, q \geq 3$ の場合に一般交換と呼んでいる。

して親族規則を表現することはできない。そのことを次の公理で表現する。

公理 3． C, W は世代を経てもただ一通りに普遍的に決められている。

この公理は後で詳しく解説するように，Weil の仮定（B）「婚姻規則は本人の性と両親の属するクランによってのみ決まる」。（および K-S-T の公理 3 , White の公理 4 ）に対応している。盛山にはこの公理に対応する公理がない。しかし，C ないし W の関係が一巡したあとはあくまで同一視であって同一の家ではではないからその次のステップが最初の家と同じ規則に従うかどうかは保証されていない。この公理 3 によって，初めて上記の操作で作られた親族構造が時間的に不変な C と W から生成される置換群として表現できることが保証される。

さて，以上で数学を使うための準備的考察をおこなったが，これ以降は完全に有限群論，とくに置換群とその行列群による表現の言葉を用いる。まず最初に記号の準備をしておく。

S_n: N 上の置換の全体からなる n 次対称群（n 次の置換の全体からなる群）。その要素は順列行列を用いて表す。

$<\mathcal{F}>$：S_n の部分集合 $\mathcal{F}$ から生成される S_n の部分群（= $\mathcal{F}$ を含む最小の部分群）。

$|\mathcal{F}|$：集合 $\mathcal{F}$ の要素の総数。特に群 G に対して $|G|$ を，群 G の位数という。$a \in G$ に対して，$|<a>|$ を a の位数という。$<a>$ は a から生成される巡回群である。本稿で扱う群はすべて有限群である。

順列行列 A に対して (i, j) 成分を $A_{i,j}$ と書く。

定義 1． $A \in S_n$ が完全順列であるとは，$\forall\, i \in N, A_{i,i} = 0$ が成り立つときをいう。つまり，A は N のすべての要素を自身とは異なる要素に移す。（K-S-T では effective set という概念を導入しているが，群論でよく使う概念ではない）

定義 2． 群 S_n の部分群 G が推移的（transitive）であるとは，$\forall i, \forall j \in N, \exists A \in G$ such that $A_{i,j} = 1$（A は i, j ごとに異なってよい）が成り立つときをいう[18)]。

18） 余談であるが，福井和美訳（[10]，p. 399）で transitive（推移的）のカッコ内の訳注は見当はずれである。ただし，馬渕・田島監訳（1977）より数学用語についてもよく調べている，という印象は受ける。

以下，S_n の要素 C と W から生成される置換群 $<C, W>$ がひとつの親族構造に対応している，と理解する。親族構造が同値である（一見異なるように見えても婚姻規則として同値である），という関係は後に数学的に厳密に定義する（付録 1，定義 3）。

次に，数学的定式化に不可欠な公理を導入する。参考のために先行研究の対応する公理を括弧に示しておく。

公理 4． 置換群 $<C, W>$ は推移的である。
（K-S-T の公理 7，White の公理 7，盛山の公理 6）

この公理は社会が親族関係によっては結ばれていない複数のグループに分裂していない，ということを保証するためにある。我々はあるひとりの個人から出発して親族関係で結ばれている範囲だけをまず考察しているから，その限りでは公理 4 は公理 2 と 3 から自動的に保証されていると考えることもできる。しかし，後に大域的定義によって，親族関係を表す群 $<C, W>$ が n 個に分割された社会の親族関係を表すと仮定する場合に，この社会が親族関係によっては結び付けられない複数の社会に分裂しないことを明示的に保証するために必要な公理である .

公理 5． $<C, W>$ の単位元以外の任意の要素は完全順列である。

この公理は，K-S-T の公理 5，White の公理 8，盛山の公理 5 に対応している。しかし，この公理は Weil にはない。K-S-T によって初めて導入された公理である。White，盛山が強調しているように，数学的には極めて強力な内容を持っている。この公理によって異なる婚姻規則の数を数え上げる，ということが可能になり，White はそれを実行している。ただし，我々は彼らとは異なり，兄弟・姉妹婚の禁止より強い内容の公理をかかげ，その結果異なる婚姻規則の数が White のそれよりさらに大幅に減少することを示す。我々の導入した公理によって含まれなくなる現実の例はタラウ型と呼ばれる $n = 4$ の場合の巡回群（4 クランが順繰りに「女」を回す）だけである。一方，White の場合は n が素数の場合，たとえば，$n = 2, 3, 5$ の場合でもそれぞれ 2, 3, 5 通りの異なる婚姻規則があり得ることが理論的に予測されるがそのような実例は報告されていないようである。我々の公理からは n が素数の場合は公理を満たす婚姻規則は存在しないことが導かれる。

公理 4 と公理 5 から次の重要な定理（K-S-T p. 330）が得られる。

定理 1.：$C, W \in S_n$ が公理 4, 5 を満たすならば $|<C, W>| = n$ である。（証明は付録 1 を参照のこと）

この定理は，同一視を許した上で，異なるエゴの数（「家」の数）と親族関係がつくる置換群 $<C, W>$ の位数が等しいことを主張している。

§4. インセストの表現

先行研究においては，インセスト・タブーは兄弟・姉妹間の婚姻の禁止（$W \neq I$）しか仮定していない（K-S-T の公理 6，White の公理 6，盛山の公理 7）[19)]。しかし，§3 において種々検討したようにインセスト（性関係および婚姻関係）は兄弟・姉妹婚だけにはとどまらない。その関係を C および W を用いて表現すると次の表のようになる。たとえば，母との性関係は $C^{-1}W = W$ と表されるから $C^{-1} = I$，つまり $C = I$ である。

	インセストの種類（男からみた親族関係）
$W = I$	姉妹，平行イトコ（父方，母方），妻の兄弟の妻
$C = I$	母，息子の妻（嫁），母方オバ，妻の兄弟の娘 父方オジの妻，兄弟の息子の妻
$W = C$	娘，兄弟の娘（姪），母方オジの妻，姉妹の息子の妻，妻の母
$W = C^{-1}$	父方オバ，妻の兄弟の息子の妻
$C = W^2$	姉妹の娘（姪），娘の夫の姉妹
$W = C^2$	息子の娘

上記の表にあるインセストは禁止ないし否認されている場合が多い（Murdock（[12]），p. 319）。この表にあるインセストを群論的表現によってすべて禁止する公理を我々は導入する。

§5. 新しい公理の導入

上記の考察の通り，先行研究にあるような $W \neq I$ だけでは現実のかなり多くのインセストを禁止できない。盛山では特性 2 として $C \neq I$ および $W \neq C$ を新たに仮定している（これら

19） L = S 以外にもインセスト・タブーの起源については複数の分野のいろいろな研究者が異なる立場から種々論じている。「女」は交換するための道具だから，結果としてインセスト・タブーは必要（商品に手をだすな！）であり，インセスト・タブーのなぞが解けた，というきわめてナイーヴな機能主義的解釈がなされることがある（橋爪大三郎 [5]，p. 96）。しかし，数理モデル上はアプリオリに仮定しなければそもそも「基本構造」が論じられない。

の仮定だけでは $C = W^2$ と $W = C^2$ は排除できない）が，公理化してはいない。不都合が生じるというより個別の仮定は公理に馴染まない，という思いがあったのではないだろうか。我々は上記の表にあるタイプのインセストをすべて禁じるような新しい公理を導入する。すなわち，

公理 6． $W \notin \langle C \rangle$ かつ，$C \notin \langle W \rangle$。

公理 4, 5, 6 から容易に導かれる帰結は次の通りである（証明は付録 1 を参照されたい）。

定理 2． $W \neq I, C \neq I, W \neq C, C \neq W^2, W \neq C^2$。

定理 3． $2 \leq |\langle C \rangle|, |\langle W \rangle| \leq n/2$。

定理 4． $n \geq 4$

盛山は $W \neq I, C \neq I, W \neq C$ を仮定して，$n \geq 4$ を導いている。我々の公理系の下では，$n = 4$ の場合の可能な婚姻規則はカリエラ型つまり，$W^2 = C^2 = I$ で，$\langle W, C \rangle = \{I, W, C, WC = CW\}$ のみである（よく知られているクライン群である)。盛山の仮定のみでは $n = 4$ の場合ですら 4 種類の異なる婚姻規則が有り得る。White の場合は 6 種類有り得る。

定理 5． n が素数ならば公理 4, 5, 6 を満たす婚姻規則は存在しない。従って，たとえば，クランの数が 2, 3, 5, 7, 11 の場合，公理を満たす婚姻規則は存在しない。（White の場合は n が素数でも n 通りの異なる婚姻規則が存在している。）

§6.　Discussion

大域的公理系

我々は局所的に個人の親族関係から系譜的に公理系を導入した。先行研究においては必ずしも社会規範としての親族構造（婚姻規則）と個人からみた親族関係の公理化が明確には分離されていない，という印象をうける。大域的な社会制度としての婚姻規則と，規範として個人から出発した公理系が矛盾なく適用されるめにはどのような仮定が必要かを検討してみよう。以下の大域的公理の番号には，ダッシュをつけてあるが，必ずしも局所的公理系と一対一には対応していない。局所的特性特有の性質と大域的特性特有の性質とは異なるからである。カッコ内は対応する先行研究の公理である。

まず，公理 1 , 2 が矛盾なく社会全体に適用できるための仮定が必要である。

公理 1’. 社会は出生，死滅，婚姻によって変化することのない n 個のクランに分割されて

いると仮定する[20]。（K-S-T の公理 1，White の公理 1.）

以下に用いる親族名称はこのクラン成員に対して用いる類別的呼称であるから，必ずしも生物学的血縁関係ではないが，生物学的血縁関係との間に矛盾は生じないように公理化してある。

公理 2'. 少なくとも血縁の兄弟・姉妹は同一のクランに属し，同一のクランに属する者の父親はすべて同一のクランに属し，母親についても同様とする。さらに同一のクランに属する男性の子供はすべて同一のクランに属すると仮定する。女性についても同様とする。（White の公理 5. 盛山の公理 3, 4）

前述したように，公理 1', 2' によって，自動的に父方・母方の平行イトコは兄弟・姉妹の関係と同一視される。

次の公理は局所的定義による公理3 に対応している。

公理 3'. 子供の属すべきクランは両親の属するクランによってのみ決定される。（Weil の仮定（B），K-S-T の公理 3，White の公理 4）

公理 4'. それぞれのクランに属する男性は唯ひとつのクランに属する女性とのみ婚姻が許される。（K-S-T の公理 2，White の公理 2, 3，盛山の公理 1, 2）

公理 2', 3', 4' によって，父－子関係 C，夫－妻関係 W は集合 $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ 上の置換群の要素とみなすことが出来る。

大域的な定式化から出発した場合，社会が互いに親族関係を持たないような複数のグループに分かれないという仮定が必要である。Weil では既約（＝可約でない）である，という数学的表現を使っている。ここでは 盛山の公理 6 をそのまま用いる（K-S-T の公理 7，White の公理 7 に対応している）。

公理 5'. すべてのクラスは互いになんらかの関係によって結ばれている[21]。

20） White では明示的には述べられていないが，社会のメンバーとしては，記憶にある限りの故人，将来生まれてくる結婚するはずの子供を含む。ただし，過去には有限世代しかさかのぼらない。過去に無限に遡ることは原理的に不可能ではあるが，神話という形で記憶の中には存在し得るかもしれない。しかし，本稿では神話世界の「構造」までは考察しない。そもそも神話に「構造」が存在し得るのかを検証することの方が先決であろう。なお，Weil, Bush, K-S-T では分割の単位が夫一妻の集合である（婚姻型という）のに対して，White, 盛山では兄弟・姉妹の集合である。本稿では White- 盛山に従っているため，Weil, Bush, K-S-T の公理を表現するためには若干の言い換え，イメージの変更が必要である。特に，White の場合，次の公理 3' で示すように，定式化が異なるにもかかわらず Weil に従って，"…uniquely determined by the clans of their mother and father" と述べている。しかし，彼の定式化の場合，C と W は独立に決定できるはずだから，子供の属するクランは父親のクランのみで決定される，と表現するべきである。

21） 関係とは親族関係のことである。なお，K-S-T（White もほぼ同様の表現）は，公理 7「任意の 2 人の個人に対して，彼らの子孫のある者は互いに結婚することは許される」という表現をしている。これは明らかに局所的定義で，我々の公理 2（構成的表現）および公理 4（群論的表現）に対応している。我々の場合は親族関係を構成的に定義しているから無関係な個人というものはもともと存在しない。

以上が大域的公理系であるが，インセスト・タブーに関して K-S-T（公理 6 ）は「男はその姉妹と結婚することができない」という局所的定義を用いている。しかし，これは正確には White（axiom 6 p. 35）“A man can never marry a woman of his own clan” のように同一のクランに属する男と女（必ずしも生物学的兄弟・姉妹であるとは限らない）は結婚することが出来ない，と言い換えないと整合性ある数学的定式化にならない。

なお，局所的公理系と大域的公理系が矛盾なく同一の社会に適用できるためには両者をつなぐ公理が必要である。そのことを明示的に述べているのは盛山の次の公理であると思われる[22)]。

公理 6'. （盛山の公理 8 ）系譜的婚姻規則において婚姻可能な対象は，セクション体系において婚姻可能なクラスに属している。

次の公理は White や盛山が強調しているように数学上は最も重要な公理であり，Weil に欠けている仮定であるが，文章表現すると極めてわかりにくい。数学的には我々の公理 5（群論的表現）に対応しており，文章表現することにはもともと馴染まない。ここでは最初にこの公理を「発見」した K-S-T の公理 5 をそのまま引用しておく。

公理 7'. 1 人の男が，与えれれた種類の親戚である 1 人の女と結婚することが許されるかどうかという規則は，その親族関係の種類にのみ関係する。

先行研究についての若干のコメント

最後に Weil, Bush, K-S-T, White, 盛山ら 5 人の公理系（Weil と Bush は公理とは言っていないが）について若干コメントしておく。

（A） A. Weil（1949）の定式化：彼はまず，次の 3 つのことを仮定する。

仮定（A）：男女どの個体にも，彼（彼女）が結ぶ権利をもつ婚姻型が一つ，ただ一つのみある。

仮定（B）：どの個体にとっても彼（彼女）の結べる婚姻型は当事者の性別と彼（彼女）の両親の婚姻型にのみ依存する。

仮定（C）：どの男も自分の母の兄弟の娘と結婚することができなくてはならない。（母方交叉イトコ婚）

なお，仮定（C）は本質的な仮定ではない。彼がムルンギン族の婚姻規則のみの解決を頼まれたためかもしれない。そのために父方交叉イトコ婚との構造的違いを認識することが出来なかったのではないだろうか。このことはむしろ問題解決を依頼した L = S について言え

22） 盛山の公理はすべて大域的に述べてあるからこの公理の意義が必ずしも明白ではない。

る事かもしれない。

その上で彼は婚姻規則は3行で表されると述べている。つまり，

（1） 婚姻型（$M_1, \ldots, M_n$）を列挙すること（社会の成員が n 個の婚姻型に分かれている，と仮定すること。ただし，彼は公理として述べてはいないが，兄弟・姉妹はそれぞれ同じ婚姻型に属していることを暗黙のうちに仮定している。この婚姻型は夫・妻のペアから成り立っていると考えてよい。これに対して，White，盛山においては兄弟・姉妹のペアを同一の単位（クラン）と考える)。

$\mathcal{M} = \{M_1, \ldots, M_n\}$ とおく。

（2） $\mathcal{M}$ 上の1対1上への写像 f を定義すること。つまり，各婚姻型 M_i から生まれた息子が結婚するときにどの婚姻型に属するかを決定すること。

（3） $\mathcal{M}$ 上の1対1上への写像 g を定義すること。つまり，各婚姻型 M_i から生まれた娘が結婚するときにどの婚姻型に属するかを決定すること。

Weil の与えられた課題はムルンギン族の婚姻規則を解明することだったと思われるので彼は次に母方交叉イトコ婚が可能な条件として $fg = gf$ を導き，仮定している（仮定（C))。従って，f と g から生成される置換群は常に可換である。しかし，父方交叉イトコ婚の場合は非可換群となり得る，ということは考察していない。L = S はもちろんであるが，Weil の段階でも群論的に定式化したことによって母方交叉イトコ婚と父方交叉イトコ婚の代数構造が異なる，という認識は得られていないように思われる。

（B） R. R. Bush（1963）の定式化 :

公理化はしていないが，基本的仮定は Weil と同じである。ただ，彼は置換群を行列によって表現している。ただし，抽象群を行列表現することは数学ではよく知られた常套手段であるから，このことをもって（一部に言われているように）彼ないし White の功績とは言い難い。Bush の功績と思われることを列挙する。

（1） カリエラ型の婚姻規則を置換群として明確に特徴づけた。($n = 4, f^2 = g^2 = I, fg = gf$)

（2） 母方交叉イトコ婚（$fg = gf$）と父方交叉イトコ婚（$f^2 = g^2$）の構造が異なることを明確に指摘した[23)]。

（3） 平行イトコ婚が兄弟・姉妹間の婚姻と構造的に同値であることを明確に指摘した。従って，交叉イトコ婚が認められる社会でも何故平行イトコ婚が禁止されるのかが理解できた。

限界：彼の公理系には後に述べる K-S-T の公理5が欠けているために可能な婚姻型を $(n!)^2$ と推定している。そのために可能な婚姻規則全体の systematic な分析が出来なかった。

23） Weil（[16]，p. 404）にも父方交叉イトコ婚が可能である条件が $f^2 = g^2$ であることは指摘してある。

（C）　K-S-T（1957）の定式化（明確に公理系を掲げている）

Weil に従って，婚姻型（夫・妻のペアで社会を分割する）の集合上の置換として，かつ Bush に従って順序行列として表現している[24)]。彼らの 7 つの公理のうち，公理 1，2，4 は単に定式化の部分であるから省略する。数学的に意味のある公理は残りの公理 3, 5, 6, 7 である。公理自体は日常用語で記述してあるために，数学的には理解しにくい。数学者として想像するに，まず数学的な結果を得てから人類学的に表現し直したのではないだろうか。以下訳本の原文をかかげる。カッコ内は注と数学的表現に言い直した表現である。

公理 3．各個人のタイプは，その個人の性と両親のタイプによって決定される。（Weil の仮定（B）である。タイプとは婚姻型のことであるから，両親のタイプということはその夫のタイプ（クラン，クラス）だと思ってよい。この公理により，婚姻規則は息子と娘がどのタイプの結婚をするかを決めればよい，かつそれが持続的に続けられるためには婚姻タイプの集合上の置換として表現すれば決まる，ということがわかる。Weil では f, g, Bush では F, G, K-S-T では S, D と表記してある。）

公理 5．1人の男が，与えられた種類の親戚である 1 人の女と結婚することが許されるかどうかという規則は，その親戚関係の種類にのみ関係する。（この文章だけから数学的に何を意味しているのかよくわからない。このようなときは，数学的結果を見てから解釈し直した方がわかりが早い。この公理は Weil, Bush にはない。かつこの公理のお蔭で，婚姻型が n 個あるとき，f, g から生成される置換群の位数が n 以下であることが導かれるので可能な婚姻規則の種類は Bush の予測より大幅に減少する。数学的には前述のように，f, g から生成される置換群の単位元以外の任意の要素が完全順列である，ということである。）

公理 6．特に，男はその姉妹と結婚することはできない。

公理 7．任意の 2 人の個人に対して，彼らの子供のある者が互いに結婚することは許される。

この公理 7 は社会が婚姻関係で無関係な二つのグループに分かれないということを意味していることは明瞭である。Weil でも社会が既約（＝可約でない），置換群が推移的である（transitive）である，という形で言及されている[25)]。

（D）　White－盛山（1963, 1990）の定式化。

Weil, Bush, K-S-T との最も大きな違いとしては，彼らは社会を婚姻型（夫・妻のペア）

24）　Bush の仕事は White（p. 31）によると undated mimeo となっているので mimeo が書かれた正確な年代は不明であるが，K-S-T（p. 322）に明示的に Weil と彼の仕事に基づいていると書いてある。

25）　ところが，Weil の考察した（L＝S に与えられた）ムルンギン族の婚姻規則は彼の定式化に乗せようとすると 8 クラスを 2 倍して16の婚姻型とみなさざるを得ず，既約ではなくなってしまった。もし，8 クランとした場合，婚姻規則を定式（I）と（II）に分けざるを得ず，彼自身の仮定（B）（上記の公理 3）に反してしまう。結局，ムルンギン族だけに考察を限定する限り，後の Bush, K-S-T, White のようなきれいな定式化には成功しない。

に分けるのではなく，兄弟・姉妹を同一のクランに分類して，婚姻関係を二つのクランの順序対として表現したことである。1 対 1 対応を仮定する限りクランの数 n 個の要素の集合上の置換と同値であるから，K-S-T に比べて considerable reformulation（White p. 32）であるとは言い難い。White の 2 章の序文で，この章において，K-S-T の公理を満たすすべての異なる婚姻規則をシステマティックに導く，と述べていながら，2.2節の公理のところでは K-S-T の公理よりひとつ多い 8 個の公理をかかげている。しかし，White の公理 1, 2, 3, 5 は定式化の部分であり，残りの公理 4, 6, 7, 8 は完全に K-S-T の公理系と数学的内容は一致しているから K-S-T と異なる定理が導かれることは有り得ない。Weil, K-S-T, White および盛山の公理系のうち，数学的意味のある公理の対応関係を以下に示しておく。

Weil の仮定（B）＝ K-S-T の公理 3 ＝White の公理 4[26)],
K-S-T の公理 5 ＝White の公理 8 ＝盛山の公理 5,
K-S-T の公理 6 ＝White の公理 6 ＝盛山の公理 7,
Weil（transitivity）＝K-S-T の公理 7 ＝White の公理 7 ＝盛山の公理 6.

盛山の公理 8 は上記の公理に対応していない。逆に盛山には Weil の仮定（B）（各個人のタイプはその個人の性と両親のタイプによって決定される）＝K-S-T の公理 3＝White の公理 4 に対応する公理がない。しかし，この公理は婚姻規則が二つの順序行列 C と W のみで決まり，すべての親族関係が C と W から生成される置換群によって表現可能である，ということを保証するためには不可欠な公理である。なお，盛山の数学的導出部分には若干の誤りがある（後述の付録 2 を参照されたい）が，他の著者との大きな違いのひとつは，与えられた条件から婚姻規則を一意に決定しようという発想であり，これは数学的定式化を行った場合には重要な問題である。

結局，K-S-T の公理が Weil, Bush と決定的に違うのは公理 5 の発見であり，その後の数学的発展を保証したブレイク･スルーと言ってよい[27)]。この公理によって初めて，婚姻規則一般の構造を数学的に精緻に分析することが可能になった。White（如何に再定式化しようとも）および盛山は本質的にこの K-S-T の公理系を踏襲している。

ブルバキ創設メンバーのひとりでもあり，数学者として世界的に著名な A. Weil とレヴィ＝ストロースとの関係で感じることは，彼ら2人の天才肌どうしのコラボレーションは必ずしも成功だったとはいえないのではないか，ということである。Weil の定式化によって母方交叉イトコ婚と父方交叉イトコ婚の群論としての構造の違いは明確だった（このことを最初

26） 盛山にはこの公理が欠けている。
27） 高坂（[9]，p. 57）は White の仕事をブレイク･スルーと表現している。

に明確に指摘しているのは前述したように R. R. Bush だと思われる）にも関らず，Weil は母方交叉イトコ婚を前提として，頼まれた部分だけの解答を与え，L = S は Weil の定式化の重要性や親族構造としての婚姻規則の代数的構造を理解できなかったのではないかと思われるからである。White は確かに K-S-T の公理系に基づいて詳細な計算をしているが数学としては，高々 2 つの要素から生成され，一定の条件を満たす有限群を構成し，数え上げただけである。人類学の部分に関して筆者は門外漢であるが，White は確かにデータに基づいて詳細な考察をしているにも関らず，人類学の発展に貢献した，ということを他の文献で確認することは出来なかった。従って，彼の仕事をもってブレークスルーであるといえるかどうかははなはだ疑問である。

ところで，K-S-T の公理系と White の公理系は数学的には同値であるが，社会学的知見として大きな違いがある。それは K-S-T の数学的に意味のある公理が完全に個人を中心に記述してある，つまり局所的であるのに対して White の公理はクランの言葉で，つまり大域的に記述してあることである。White の公理を読むと一見社会の一様性を仮定しているように感じるのであるが，そうではなく，各個人から見て普遍的婚姻規則の適用が，社会的に決められた婚姻規則と矛盾なく適用できるようになっている，と仮定しているのである。たとえば，中国，韓国の「同姓不婚」という大原則は個人から見て容易に理解できる局所的原則であり，かつ社会的にも有効に機能している原則である。その結果として中国社会は「宗族」という独特の社会単位が生まれることは数理的に明らかである。社会的規範と個人の規範が矛盾なく作用するためには親族名称が重要になる。親族名称が必ずしも血縁関係と正確には対応していないのは，個人から見た親族関係と社会的類別から見た関係とを一致させようとするためかも知れない。親族名称の代数構造に関しては付録 3 を参照されたい。

なお，個人にとって社会的に決められた婚姻規則を維持するために高等数学を理解している必要はなく，規範意識の普遍性だけが重要なのである。K-S-T は折角公理を局所的（ある個人からみた規則として）に導入しながら，「現に存在する原始社会の規則は，これを作るのに相当な天才的考えを必要とすることを示している。」（p. 327）と述べているところをみると彼等自身の社会学的意義を理解していなかったようである。彼らは数学者であって，社会学者ではなかった。

このことは，盛山によって「婚姻規則は当該社会において普遍的に作動しており，ことなるエゴにとっての局在的（ローカル）な社会構造の見え方は同質的なものであって，それ自身大局的（グローバル）な像と一致する，という理念が背後にあるということである。これは公理系のなかでも公理 5 と深くかかわっている。」（盛山 p. 175）と指摘されているところである。もっとも盛山の公理系も White と同じく大局的な定式化になっている。

付録 1．定理の証明および可能な婚姻規則の総数の計算

以下に数学的議論をおこなうために代数学でよく知られている事実は証明なしに利用する。気になる読者は適当な解説書を参照されたい。

補題 1．（[15]，p. 56，ラグランジュの定理）有限群 G の部分群を H とするとき，H の位数 $|H|$ は G の位数 $|G|$ の約数である。

補題 2．（[15]，p. 109）位数 6 の有限群は 6 次の巡回群 Z_6 か 3 次の正 2 面体群 D_3（後述），のいずれかと同型である。

補題 3．（[15]，p. 113）位数 8 の有限群は（1）8 次の巡回群 Z_8，（2）$Z_2 \times Z_4$，（3）$Z_2 \times Z_2 \times Z_2$，（4）$D_4$，（5）4 元数群，のいずれかと同型である[28]。

定理 1． $W, C \in S_n$ が公理 4, 5 を満たすならば $|<C, W>| = n$ である．

証明． $G = <C, W>$ とおく。$|G| = m$ とする。公理 5 より G の単位元以外の任意の要素 A は完全順列だから $A_{1,i} = 1$ $(2 \leq \exists i \leq n)$ である。従って，n 次横単位ベクトル（1, 0, …, 0）に対して

$$(1,0,\ldots,0)A = (\varepsilon_1,\ldots,x_i,\ldots,\varepsilon_n),\ \varepsilon_k = 0, x_i = 1,\ k \neq i, 1 \leq k \leq n$$

である。もし，$m > n$ ならば，単位元と異なる A は $m - 1$ 個あり，*1* と異なる i は $n - 1$ 通りしかないから，ある i において，G の異なるふたつの要素 A, B に対して $x_i = 1$ となるはずである。つまり

$$(1, 0, \ldots, 0)\, A = (1, 0, \ldots, 0)B$$

が成り立つ。B は正則行列だから

$$(1, 0, \ldots, 0)\, AB^{-1} = (1, 0, \ldots, 0).$$

つまり，$(AB^{-1})_{1,1} = 1$ であるが，群の性質から $AB^{-1} \in G$ であり，公理 5 から単位元以外は完全順列であるから，$AB^{-1} = I$ でなければならない。これは $A = B$ を意味するから仮定に反する。よって，$m \leq n$ である。

次に，$m < n$ とする。同様の考察により今度は $2 \leq i \leq n$ なる i が存在してすべての $A \in G$ に対して $(1, 0, \ldots, 0)A$ の i 成分が 0 となる。このことは A の (i, j) 成分を $a_{i,j}$ とすると

28） White（p. 80）にも $n = 8$ の場合で非可換の場合には正 2 面体群と 4 元数群しかない，との指摘がある。我々は高々二つの要素 C, W から生成される群しか考えていないから(3)は考慮しなくてよい。

$$((1, 0, \ldots, 0)A)_{1,i} = a_{1,i} = 0$$

である。このことはすべての $A \in G$ に対して $a_{1,i} = 0$ を意味するから，置換群 G は推移的ではない（公理 4 に反する）。以上により $m = n$ が証明された[29]。

我々の公理 4, 5, 6 から得られた定理の証明：

定理 2． $W \neq I, C \neq I, W \neq C, C \neq W^2, W \neq C^2.$

証明． いずれの場合も，もし等号が成立していると仮定すると，$W \in <C>$ となるか $C \in <W>$ となってしまい，我々の公理 6 に反するからである。

定理 3． $2 \leq |<C>|, |<W>| \leq n/2.$

証明． $C \neq I$ だから $|<C>| \geq 2$. 補題 1 より $|<C>|$ は n の約数であるが，$|<C>| = n$ とすると，$<C> = <C, W>$ となり，これは $W \in <C>$ を意味するから我々の公理 6 に反する。従って，$|<C>|$ は n の約数でありかつ，$|<C>| < n$ であるから定理の主張がいえた。W についても同様である。

定理 4． $n \geq 4$

証明． 次の定理 5 に含まれる。

定理 5． n が素数ならば公理 4, 5, 6を満たす婚姻規則は存在しない。

証明． 素数の定義と補題 1，定理 3 から明らかである。

母方および父方交叉イトコ婚の婚姻規則の総数

我々の新しい公理の導入によって，$WC = CW$ の場合に，White の計算した，異なる婚姻規則の個数を大幅に減らすことが出来ることを示す。オーストラリア先住民の 2，3 の部族以外に White が詳細に計算したような種類の婚姻規則によってうまく説明できる観察例は知られていないようであるから，詳細な計算がどこまで人類学あるいは社会学にとって有益であるか極めて疑問であるが，以下においてはもっぱら数学的興味によって分析を続ける。

まず，「構造的に異なる婚姻規則である」という概念を正確に定義する。White（p. 52）は「ある親族関係にある男女が一方の婚姻規則では婚姻可能であり，他方では可能でないとき，この二つの婚姻規則は異なる」と定義してあるが，数学的に表現すると次のようになる。

定義 3． 二つの婚姻規則 $G = <C, W>$ と $G' = <C', W'>$ が同値な婚姻規則であるとは次の条件を満たす G から G' への写像 f が存在することである。

（i） $f(C) = C'$，$f(W) = W'$

29） 逆に，$|<C, W>| = n$ ならば公理 4. 5 が満たされる（K-S-T, p. 330）。

（ii） f は群としての G から G' への同型写像である。

注意：婚姻規則として同値ではなくても群として同型である場合はある。婚姻規則として同値であるためには群 G と G' が群として同型であることが必要条件である。

$n = 4$ の場合には我々の公理を満たす婚姻規則はカリエラ型（クライン群として知られている自明でない最も簡単な群）しかないことがわかる。以下の表は White（p. 82）にある Type I（Bilateral Marriage Systems），Type II（Matrilateral Marriage Systems），Type III（Patrilateral Marriage Systems）の場合の可能な異なる婚姻規則の個数，および我々の公理 6 の下での個数を示した対応表である。なお，W と C が可換でない場合（Type III）は我々の公理の下においても White の場合と同じ条件となり，可能な婚姻規則の個数は同じである。

その結果は以下の表の通りである。Type I, Type II の表中，左側の数字が K-S-T, White の公理系から導かれる可能な婚姻規則の個数（White p. 82），右側の数字がわれわれの公理系から導かれる可能な婚姻規則の数である。

	Type I		Type II		Type III
n	$W^2 = I,\ WC = CW$		$W^2 \neq I,\ WC = CW$		$W^2 \neq I,\ W^{-1}C = CW$
2	2	0	0	0	0
3	0	0	3	0	0
4	2	1	4	0	0
5	0	0	5	0	0
6	2	1	9	1	1
7	0	0	7	0	0
8	2	1	12	2	2
9	0	0	12	0	0
10	2	1	15	1	1
11	0	0	11	0	0
12	2	1	25	7	3
13	0	0	13	0	0
14	2	1	21	1	1
15	0	0	23	2	0
16	2	1	26	6	4
17	0	0	17	0	0
18	2	1	36	9	2(**)
19	0	0	19	0	0

20	2	1	39	9	3
21	0	0	31(*)	2	0
22	2	1	33	1	1
23	0	0	23	0	0
24	2	1	57	19	7
30	2	1	69	9	3
32	2	1	60	15	6

(*): White (p. 82) では 3 となっているが，31のミスプリントであると思われる。
(**): White (p. 82) では 1 となっているが，2 の間違いではないだろうか（後述．定理 7 の計算例参照）。

White は Type I と Type II を最初に区別して，Type II の場合の総数として，n が奇数の場合は n の約数（1, n を含む）の総和 –1, n が偶数の場合，n の約数（1, n を含む）の総和 –3 としてある。Type I は n が奇数の場合は可能な婚姻規則は存在せず，n が偶数の場合は 2 であることが容易にわかる[30] から，Type I と Type II をあわせた場合の数を求めるほうが統一的で考えやすいので両者をまとめて表現すると次の命題を得る。

命題 （White p. 81）n を所与として $W \neq I$ かつ，$WC = CW$ を満たす，異なる婚姻規則の個数は

$$\Big(\sum_{1\leq p\leq n,\ p\,\text{は}\,n\,\text{の約数}} p\Big)-1$$

である。

White 自身の証明は冗長で多少フォローできないところがあるので以下に別証明を与える。

証明． $|\langle C\rangle| = p$ とする[31]。$W = I$ の場合は $p = n$ となり，異なる婚姻規則は $\langle C, W\rangle = Z_n$（$n$ 次の巡回群）しかないから，以下では $W \neq I$ を仮定せずに最後の総数から1 を引くことにする。補題 1 から p は n の約数である。ここで，$G = \langle C, W\rangle$ とおく。仮定から G は可換群であるから，G の要素はすべて $\{W^iC^j;\ 1 \leq j \leq p\}$ の形をしている。次に，

$$r := \min\{1 \leq i \leq n;\ 1 \leq \exists j \leq p \text{ such that } W^i = \mathrm{C}^j\}$$

とおく。

30） $|\langle W\rangle| = 2$, $|\langle C\rangle| = n/2$ の場合と $|\langle C\rangle| = n$, $W = C^{n/2}$ の場合である。後者の場合は $W\in \langle C\rangle$ であるから，我々の公理 6 の下では除かれる。
31） White では p のみを固定して考えるのでどうもわかりづらい。

Lemma 1.　$pr = n$

証明．　可換群 G の要素が $\{W^iC^j\,;\,1 \le i \le r,\ 1 \le j \le p\}$ であることを示せばよい。$W^iC^j = W^kC^\ell$, $1 \le k \le i \le r$, $1 \le j, \ell \le p$ と仮定する。$W^{i-k} = C^{\ell-j}$ を得るが，$\ell \le j$ の場合は $C^{\ell-j} = C^{p+\ell-j}$ とすればよいから，いずれにしろ，$0 \le i-k < r$, $0 \le \ell - j < p$ または，$0 < p + \ell - j < p$ となり，r の定義から $i = k$, $j = \ell$ でなければならない。また，$i > r$ または $j > p$ の場合は容易に W^iC^j, $1 \le i \le r$, $1 \le j \le p$ の要素と同一であることがわかる。従って，丁度 pr 個の異なる要素が得られたから，$<C, W>$ の要素はこれらの要素で尽きることになる。（Lemma 1 の証明終わり）

命題の証明．　まず，$W^r = C^j$ とすると，異なる j に対応する婚姻規則は異なるということを示す。二つの異なる群 $G = <C, W>$, $G' = <C', W'>$ において，n, p, r は一致していると仮定する。$W^r = C^j$, $W'^r = C'^\ell$ とする。$f(W) = W'$, $f(C) = C'$ を満たす G から G' への写像 f が同型写像であると仮定すると，$f(W^r) = (f(W))^r = W'^r = C'^\ell$。他方 $f(W^r) = f(C^j) = (f(C))^j = C'^j$ だから，$1 \le j, \ell \le p$ を考慮すると $j = \ell$ が導かれる。従って，Lemma 1 より n の約数（n と 1 を含む）p 毎に $W^r = C^j\,;\,1 \le j \le p$ 通りの異なる婚姻規則が存在する。（証明終わり）

我々の公理 6 を仮定する場合，

定理 6.　n を所与として $WC = CW$ を満たす場合の可能な異なる婚姻規則の総数は

$$\sum_{1<p<n,\ p\text{ は }n\text{ の約数}} (p - \varphi(p))$$

である。

ここで，$\varphi(p)$ は整数論の分野でよく知られているオイラーの関数[32] で，p 以下の自然数で p と互いに素な数の個数を表す。たとえば，

p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\varphi(p)$	1	2	2	4	2	6	4	6	4	10	4	12	6	8	8	16	6	18	8

である。

証明.　この定理の証明は White の命題の証明をより詳しく検討して $C \in <W>$, $W \in <C>$ となる場合を除けばよい。従って，まず $p = 1$, n, の場合は除かれる。この定理の証明で重

32）　和算家の久留島義太（? –1757）に因んで久留島・オイラー関数ともいう。

要な役割を果たすのは整数論でよく知られた次の事実である。j, p を自然数とするとき，

$$j, p \text{ が互いに素} \iff js + pt = 1 \text{ を満たす 整数 } s, t \text{ が存在する。}$$

lemma 1 の r に対して，$W^r = C^j$, $1 \le j \le p$ のとき，j と p が互いに素であると仮定すると $js + pt = 1$ を満たす整数 s, t が存在する。従って，$W^{rs} = \mathrm{C}^{js} = C^{1-pt} = C$ となるから，$C \in$ $<W>$ であることがわかる。逆に j と p が互いに素でない場合は，$C = W^{rs}$ とは表されないから $C \notin <W>$。$2 \le j \le p$ で j, p が互いに素ではない j の個数 は $p-\varphi(p)$ であるから我々の定理が証明された。

注意：我々の公理 6 を満たす場合でも $<C, W>$ が巡回群になる場合はある。たとえば，$n = 6$, $p = 3$, $r = |<W>| = 2$ であっても $K = W^{-1}C$ とおくと $K^4 = C$, $K^3 = W$ となり $<C, W> = <K>$ であることがわかる。つまり，母系で考えると社会が母- 娘関係によってひとつの輪で結ばれていることになる。

次に，父方交叉イトコ婚を規範としている婚姻規則を考察する[33)]。父方交叉イトコは $C^{-1}W^{-1}C$，従って，父方交叉イトコ婚は $C^{-1}W^{-1}C = W$ だから，$W^{-1}C = CW$ と表せる。ただし，$W^2 = I$ の場合は母方交叉イトコ婚も同時に可能になる。従って，以下では $W \ne I, W^2 \ne I$ であって（つまり，$<C, W>$ が非可換群）$W^{-1}C = CW$ を満たすような可能な婚姻規則の総数を決定する。

まず，記号を準備する。$G = <C, W>$, $|<G>| = n$, $|<C>| = p$, $|<W>| = q$ とおく。定理 6 の場合と同様に

$$r := \min\{1 \le i \le q;\ 1 \le \exists j \le p \text{ such that } W^i = \mathrm{C}^j\}$$

とおく。$W^r = C^s$ $(1 \le s \le p)$ とする。

定理 7． $q \ge 3$, かつ

$$W^{-1}C = CW \qquad (*)$$

ならば，

（i） $2 \le p \le n/2$, $3 \le q \le n/2$.

（ii） p, s は偶数である。（p は n の約数であるから，n も必然的に偶数である。）

（iii） $pr = n$.

（iv） $r = q$, $s = p$ であるか，$2r = q$, $2s = p$ である。

逆に，（i），（ii），（iii），（iv）を満たす n, p, q, r, s に対して父方交叉イトコ婚が可能な 1 つの婚姻規則が存在する。

33） White の Type III, Patrilateral Marriage Systems の場合である。

最初に次の Lemma を証明する。

Lemma 2.　すべての整数 k と自然数 j に対して

$$\text{(i) } W^kC^{2j} = C^{2j}W^k,\quad \text{(ii) } W^kC^{2j-1} = C^{2j-1}W^{-k}$$

が成り立つ。

証明.

仮定 (*) の両辺に左から W^{-1} をかけると，$W^{-2}C = W^{-1}CW$ が得られる。次に右辺の最初の2項に再び（*）を用いて，$W^{-1}CW = CWW = CW^2$。以下同様にして，（ii）の $j = 1$ の場合が証明できる。次に（*）の両辺に左から C を掛けると $CW^{-1}C = C^2W$。(ii) $j = 1$ の場合はすでに証明されているから左辺に適用して $CW^{-1}C = WCC$。故に $WC^2 = C^2W$。この式の左から W を掛けると $W^2C^2 = WC^2W$。この右辺に対して（ii）$j = 1$ の場合を 2 回適用すると $WCCW = CW^{-1}CW = CCWW = C^2W^2$。以下同様にして (i) $j = 1$ の場合が証明できる。次に $j = k$ のときに（i）と（ii）が成り立つと仮定して $j = I$ の場合と同様の考察によって $j = k + 1$ の場合が証明できる（帰納法)。よって任意の $j = 2, 3, \ldots$ の場合に（i），（ii）が成り立つ。（証明終わり）

定理の証明.

（i）　非可換群であることから明らか。

（ii）　p が奇数であると仮定する。$C^p = I$ と Lemma 2 より $W = WC^p = C^pW^{-1} = W^{-1}$ から $W^2 = I$ が得られて定理の仮定（$q \geq 3$）に反する。s が奇数であると仮定する。同様に $W^{r+1} = WC^s = C^sW^{-1} = W^rW^{-1}$ からやはり $W^2 = I$ となり，同じく定理の仮定に反する。

（iii）　Lemma 1 と同様に非換群 G の要素が $\{W^iC^j\,;\, 1 \leq i \leq r, 1 \leq j \leq p\}$ であることを示せばよい。$W^iC^j = W^kC^\ell$； $1 \leq k \leq i \leq r, 1 \leq \ell, j \leq p$ と仮定すると，$W^{i-k} = C^{\ell-j}$。$\ell \leq j$ の場合は $C^{\ell-j} = C^{p+\ell-j}$ だから，Lemma 1 と同様に r の定義から $i = k, j = \ell$ でなければならない。また，$i > r$ または $j > p$ の場合は容易に $W^iC^j, 1 \leq i \leq r, 1 \leq j \leq p$ の要素と同一であることがわかる。

（iv）　$2 \leq r \leq q$ と仮定してよいことに注意する。$C = W^qC = W^{q-r}W^rC = W^{q-r}C^{s+1}$ であるが，（ii）から s が偶数，従って $s + 1$ は奇数だから，Lemma 2 より $C = C^{s+1}W^{r-q} = CW^rW^{r-q} = CW^{2r-q}$。故に，$I = W^{2r-q}$。$-q < 2r - q \leq q$ から $2r = q$ または $r = q$ が得られる。$1 \leq s \leq p$ だから，$2r = q$ のとき，$I = W^{2r} = C^{2s}$。従って，$2s = p$ または $s = p$ が得られる。$s = p$ とすると $W^r = I$ だから，$q \leq r < 2r = q$ となって矛盾だから $2r = q$ の場合は，$2s = p$ のみが可能である。$r = q$ の場合は $I = W^r = C^s$ だから p の定義から $s = p$ となる。

計算例：$n = 2k$ で k が奇素数の場合は明らかに，$p = 2, r = q = k, s = 2$ の場合しかあり得ない。それ以外に White（p. 82）の表にあるケースは以下の通りである。

n	p	r	q	s	場合の数
8	2	4	4	2	
	4	2	4	2	2
12	2	6	6	2	
	4	3	3	4	
	4	3	6	2	3
16	2	8	8	2	
	4	4	4	4	
	4	4	8	2	
	8	2	4	4	4
18	2	9	9	2	
	6	3	3	6	2(*)
20	2	10	10	2	
	4	5	5	4	
	4	5	10	2	3

n	p	r	q	s	場合の数
24	2	12	12	2	
	4	6	6	4	
	4	6	12	2	
	6	4	4	6	
	8	3	3	8	
	8	3	6	4	
	12	2	4	6	7
30	2	15	15	2	
	6	5	5	6	
	10	3	3	10	3
32	2	16	16	2	
	4	8	8	4	
	4	8	16	2	
	8	4	4	8	
	8	4	8	4	
	16	2	4	8	6

(*): White (p. 82) では 1 となっているが，2 の間違いではないだろうか。

White の Type I, II, III の可能な婚姻規則の総数についての計算は20頁に及ぶのに比して我々の証明は極めて短い。人類学者には興味がないと思われるが，数学的には simple proof を与えることはそれなりに意味のあることである。

付録 2． 盛山の命題に対するコメントおよび反例

アランダ型の婚姻規則を特徴づけるために一定の親族規則からクランの数が少なくとも 8 の倍数であることを示す盛山（pp. 170–171）の考察過程に若干の誤りがある[34)]。彼の命題に対する反例を示すために m 次（$m \geq 3$）の正 2 面体群[35)] D_m について説明しておく。D_m の要素は，単位元 e, 二つの生成元 σ, τ によって $\{e, \sigma, \sigma^2, \ldots, \sigma^{m-1}, \tau, \tau\sigma, \ldots, \tau\sigma^{m-1}\}$ の $2m$ 個の要素からなる。演算規則は $\tau^2 = e, \sigma^p \neq e\ (1 \leq p \leq m-1), \sigma^m = e, (\tau\sigma)^2 = e$ から完全に決定される。たとえば，$\tau = \tau^{-1}, \tau\sigma\tau\sigma = e$ から順次 $\tau\sigma = \sigma^{-1}\tau, \ldots, \tau\sigma^k = \sigma^{-k}\tau$ が得られる。なお，k は任意の整数でよい。ただし，$\sigma^0 = \sigma^m = e, \sigma^{-k} = \sigma^{m-k}$ である。

34） ある構造を特徴づけて一意に決定しようとする方針は正しいが，残念ながら彼はそれに成功しているとはいえない。

35） 正 m 角形を裏返しを含めて重ねあわせる操作からなる群である。位数は $2m$ でアーベル群（可換群）ではないことに注意。

彼はまず，

（1'）　$WC \neq CW$　（2）$W^2 = I$

から出発する[36)]。彼は

（i）「（1'）は $WCWC \neq I$ だから」(p. 170)

と述べているがこの命題は誤りである。

反例：条件（1'），（2）は $|\langle W \rangle| = 2$ を意味し，補題 1 から $|\langle W \rangle|$ は $|\langle C, W \rangle|$ の約数でなくてはならないから n は偶数である。$n/2$ 次正 2 面体群 $D_{n/2}$ は可換ではないから（1'）を満たしている。ここで，$W = \tau, C = \sigma, I = e$ であると考えると，$WCWC = (WC)^2 = (\tau\sigma)^2 = e = I$ となる。

次に彼は $K = W^{-1}C$（これは彼も指摘しているように母－娘関係を表すと理解すると考えやすい）とおいている。彼は $\mathcal{MMBDD}$ 婚が $W = K^{-2}CK$ と表される（この命題は正しい）ことから

（ii）「$W = K^{-2}CK$ と（2）を考慮すれば $K^4 = I$ である，仮定から $K \neq I$ であるから，$K^4 = I$ は $K^3 \neq I$ を含意している[37)]」(p. 170) と述べている。ここまでの考察で彼は，（1'），（2），$W = K^{-2}CK$ を仮定して，$K^4 = I, (K^p \neq I, 1 \leq p \leq 3)$ が言えた，という結論を得ているが，（i）で指摘したように $K^2 = I$ の可能性が排除されていない。実際，$C = WK$ だから $W = K^{-2}CK \Leftrightarrow K^2W = WK^2$ であるから，$K^2 = I$ となる例をあげればよい。（i）と同様に正 2 面体群を考えて $W = \tau, K = \tau\sigma$ とおけばよい。このとき，$C = WK = \sigma$ だから，$\sigma^p = e\ (p \geq 3)$ と仮定することによって，p 次の正 2 面体群が以上の条件を満たす。従って，$\mathcal{MMBDD}$ 婚と $W^2 = I$ と $WC \neq CW$ だけからは $n = 8$ は結論できないことがわかる。

ところで，この例では $K^2 = I$ であるから，もちろん $K^4 = I$ である。では，$\mathcal{MMBDD}$ 婚と $W^2 = I$ と $WC \neq CW$ だけから盛山の主張するように $K^4 = I$ が証明できるであろうか。実は次のような反例があげられるから，この主張も誤りである。

反例：$n = 16, |\langle W \rangle| = 2, |\langle K \rangle| = 8$ とし，W と K の関係を

$$WK = K^5W \quad \ldots \ (*)$$

によって決定する。もし，$WK = KW$ ならば $K = K^5$，つまり $I = K^4$ となり，$|\langle K \rangle| = 8$ に反する。よって，$WK \neq KW$（従って，$CW \neq WC$）。次に，（*）より，$WK^2 = WKK = K^5WK = K^{10}W = K^2W$ だから確かに $\mathcal{MMBDD}$ 婚である。$\langle W, K \rangle = \{K^p, 1 \leq p \leq 8, K^pW, 1 \leq p \leq 8\}$ と表現できて，積の規則は $K^sW \cdot K^tW = K^{s+5t}, K^sW \cdot K^t = K^{s+5t}W$ によって完全に決定される。

なお，「$K^4 = I$ は $K^3 \neq I$ を含意している」の部分はあきらかで，$K^3 = I$ ならば $K^4 = K \neq$

36）　$W \neq I, C \neq I, W \neq C$ は（1'）から帰結する。
37）　数学的内容を損なわない範囲で言い換えてある。

I だからであるが，p を奇数とするとき，$K^p \neq I$ が言える。実際，$K^{2j+1} = I$ を仮定する。$\mathcal{MMBDD} \Leftrightarrow K^2W = WK^2$ から，$K^{2j}W = K^{2j-2}WK^2 = \ldots = WK^{2j}$. 仮定から $K^{2j} = K^{-1}$ だから $K^{-1}W = WK^{-1}$ つまり，$WK = KW$ となり，$K = W^{-1}C$ であるから $WC = CW$ となり最初の仮定に反するからである。

なお，条件 $W = K^{-2}CK$ は $\mathcal{MMBDD}$ 婚を意味し，$W^2 = I$ を仮定すると $(CW)^2 = (WC)^2$ と同値である[38)]。ここで，$n = 8$, 条件，（1'），（2），$(WC)^2 = (CW)^2$（$\mathcal{MMBDD}$ 婚），を満たすがアランダ型とは異なり，$K^2 = I, C^4 = I$ を満たす婚姻規則が存在することを示そう。実際，D_4 において，$W = \tau, C = \sigma$ とおけば，$K = \tau\sigma$ で前述したように $K^2 = I, C^4 = I, (WC)^2 = (CW)^2 = I$ であるが，アランダ型では $K^4 = \mathrm{I}, C^2 = I$ であり，異なる婚姻規則であることがわかる。

次に彼はアランダ型の特性から $C^2 = I$ を導いている。ここまでに彼が推論した議論をまとめると彼の命題は次のようになる。

命題 S1.

（1'），（2），$C^2 = I$, $\mathcal{MMBDD}$ 婚 $(WC)^2 = (CW)^2$ が成立する

$\Longrightarrow n = 8, |<K>| = 4$ かつ，婚姻規則は一意に決まる。

証明.（2）と $C^2 = I$ から，$K = W^{-1}C = WC, K^{-1} = C^{-1}W = CW$。故に仮定から $K^2 = K^{-2}$。これは $K^4 = I$ を意味する。$WC \neq CW$ つまり，$WK \neq KW$ だから $K \neq I, K^2 \neq I$。$K^3 = I$ とすると $K^4 = \mathrm{K} \neq I$ となって矛盾だから，結局 $|<K>| = 4$ を得る。$W = \tau, K = \sigma$ とおけば，仮定から $(WK)^2 = C^2 = I$ だから W, K によって，4 次の正 2 面体群 D_4 が完全に決定できる（盛山 p. 176）。なお，容易に確認できるように $<W, K> = <C, W>$ である。

なお，アランダ型の婚姻規則を何によって特徴付けるかは，数学的には同値な条件が複数あり得る。たとえば，

命題 S1'.

条件（1'），（2），$|<K>| = 4, C^2 = I$

$\Longrightarrow n = 8$, $\mathcal{MMBDD}$ 婚 $(WC)^2 = (CW)^2$ が成立して，婚姻規則は一意に決まる。

証明　$W = \tau, K = \sigma$ であると考えれば，$(WK)^2 = C^2 = I$ だから，仮定は 4 次の正 2 面体群 D_4 を決定する条件と完全に一致するからである。つまり，条件から D_4 が具体的に構成できる。

あるいは，

38）$\mathcal{MMBDD}$ は $K^{-2}CK = C^{-1}WC^{-1}WCW^{-1}C$ であるから，$\mathcal{MMBDD}$ 婚であることは $C^{-1}WC^{-1}WCW^{-1}C = W$ と表される。この関係式に条件 $W^2 = I$ を考慮して縮約すると $(WC)^2 = (CW)^2$ となる。

命題 S1”.

（1’），（2），$|<K>| = 4, n = 8$

$\Longrightarrow C^2 = I$, $\mathcal{MMBDD}$ 婚 $(WC)^2 = (CW)^2$ が成立し，婚姻規則は一意に決まる。

証明．（1’）と（2）から $WK \neq KW$ が得られるから，補題 3 によって，$<W, K>$ は D_4 か 4 元数群と同型であるが 4 元数群が二つの要素 W, K で生成される場合は $|<W>| = |<K>| = 4$ でなければならない。従って，$<W, K>$ は D_4 と同型である。この場合，$W = \tau, K = \sigma$ によって群の構造は一意に決定されて，$C^2 = (\tau\sigma)^2 = I, (WC)^2 = K^2, (CW)^2 = K^{-2} = K^2$ だから，$(WC)^2 = (CW)^2$ が成り立つ。

なお，（1’），（2），$C^2 = I$ だけを仮定しても $\mathcal{MMBDD}$ 婚の条件 $(WC)^2 = (CW)^2$ を仮定しないと $|<K>| = 4$ は証明できない。

反例：$n = 2m, m \geq 3$ の正 2 面体群 D_m において，$W = \tau, C = \tau\sigma$ とおくと，$W^2 = I, C^2 = I$ であって，$|<K>| = m$ が成り立つ。

また，$\mathcal{MMBDD}$ 婚の条件 $(CW)^2 = (WC)^2$ と $W^2 = I$ を仮定しても $n = 8$ は導かれないことに注意する。

反例：3 次の正二面体群 D_3 $(n = 6)$ において，$W = \tau, C = \sigma$ とおくと，D_3 の特性から $(WC)^2 = I$ で，この性質と $W^2 = I$ から $CW = WC^{-1}$ が得られ，従って，$(CW)^2 = CWCW = WC^{-1}CW = W^2 = I = (WC)^2$。

(iii) 彼は $n = 6$ の場合の考察もおこなっている（p. 173)。「詳しい証明は省く」とあるが，次の命題が示されているので，証明を与えておく。

命題 S2.

(1) $n = 6$,（2) $|<C>| = 2$,（3) $W = K^{-2}C \Longrightarrow$ 婚姻規則は一意に決定され，$<C, W>$ は D_3 と同型である。

証明．もし，$WC = CW$ とすると(2)と(3)から $C = W$ となり，$|<C, W>| = 2$ となってしまうから，$<C, W>$ は非可換群でなくてはならない。従って，補題 2 より $<C, W>$ は D_3 と同型となる。$K \in <C, W>$ だから $|<K>| = p$ とおくと，p は補題 1 より 6 の約数である。つまり，$p = 1, 2, 3, 6$ でしかありえない。$p = 1$ とすると K の定義から $W = C$ となり可換群となってしまい矛盾。$p = 2$ とすると(3) から $K^{-2} = I$ だから $W = C$ となりやはり矛盾。$p = 6$ とすると，$<K> = <C, W>$ となり，これは巡回群であるから可換群となり矛盾である。従って，$p = 3$ でしかあり得ない。従って，$K^{-2} = K$ だから，(3)より $W = W^{-1}C^2 = W^{-1}$。つまり W^2

$= I$ が得られる。$W^2 = I$, $|\langle K \rangle| = 3$, $(WK)^2 = C^2 = I$ であるから，これらの条件から D_3 と同型な婚姻規則が一意に決定される。

なお，盛山の条件(3)はある種の婚姻規則から導かれた仮定で検証も容易ではないように思われる。数学的により明快で検証も容易と思われる仮定は $W^2 = I$ であろう。つまり，

命題 S2'　命題 S2 において，条件(3) を (3') $|\langle W \rangle| = 2$ に置き換えてもよい。その場合は，(3)の $W = K^{-2}C$ は結論として成り立つ。

証明．$WC = CW$ と仮定すると $|\langle C, W \rangle| = 4$ となるから仮定 (1) に反する。故に，$WC \neq CW$。$|\langle K \rangle| = p$ についての考察は命題 S2 の証明とほとんど同様であるが，条件(3)を用いた推論だけを修正する必要がある。つまり，$p = 2$ の場合だけ書き換える必要がある。$p = 2$ とすると $C^2 = I$ と $W^2 = I$ をフルに用いて，$K^2 = W^{-1}CW^{-1}C = W^{-1}C^{-1}WC = I$ から $WC = CW$ が得られてやはり矛盾である。従って，$p = 3$ だから，$K^{-2} = K$，$K^{-2}C = KC = W^{-1}C^2 = W^{-1} = W$。つまり(3)が得られた。$W^2 = I$, $K^3 = I$, $(K \neq I, K^2 \neq I)$, $(WK)^2 = C^2 = I$ であるから，これらの条件から D_3 と同型な婚姻規則が一意に決定される。

付録 3．Radcliffe-Brown（[13]）の論文について―補足―

L = S あるいは White に引用されていない[39] ためかあまり知られていないが，Radcliffe-Brown には Kariera 族の他にもうひとつ Mardudhunera 族について Kariera 族と同様に詳細な親族名称と親族関係の分類表がのせてある（pp. 177–178)。Kariera 族の場合と同様に C, W, I で表記し適当な群構造を仮定して縮約するとどうなるかを検討してみよう。まず，Kariera 族の場合と同様に彼の分類表の親族関係に C, W, I の関係式を付け加えてみる。

親族名称	英語による親族関係（C, W による表記）
Maiali	$\mathcal{FF}$ (m, f ; $C^{-1}C^{-1}$), $\mathcal{FFB}$ (m, f ; $C^{-1}C^{-1}I$), $\mathcal{SS}$ (m ; CC), $\mathcal{SD}$ (m ; CC)
Ngabari	$\mathcal{FM}$ (m, f ; $C^{-1}C^{-1}W$), $\mathcal{FMZ}$ (m, f ; $C^{-1}C^{-1}WI$), $\mathcal{SS}$ (f ; $W^{-1}CC$), $\mathcal{SD}$ (f ; $W^{-1}CC$)
Tami	$\mathcal{MF}$ (m, f ; $C^{-1}WC^{-1}$), $\mathcal{MFB}$ (m, f ; $C^{-1}WC^{-1}I$), $\mathcal{FMB}$ (m, f ; $C^{-1}C^{-1}WI$), $\mathcal{WFF}$ (m ; $WC^{-1}C^{-1}$), $\mathcal{HFF}$ (f ; $W^{-1}C^{-1}C^{-1}$), $\mathcal{MFZ}$ (m, f ; $C^{-1}WC^{-1}I$), $\mathcal{DS}$ (m ; $CW^{-1}C$), $\mathcal{DD}$ (m ; $CW^{-1}C$)

39）　Radcliffe-Brown（[13]）自身が "The system of relationship of the Mardudhunera tribe is a very complicated one to follow out in detail."（p. 179 ↓1-2）と述べているせいかもしれない。

Kandari	$\mathcal{MM}\ (m, f\,;\, C^{-1}W^{-1}C^{-1}W^{-1})$, $\mathcal{MMZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}W^{-1}C^{-1}W^{-1}I)$ $\mathcal{FFZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}I)$, $\mathcal{WFM}\ (m\,;\, WC^{-1}C^{-1}W)$, $\mathcal{HFM}$ $(f\,;\, W^{-1}C^{-1}C^{-1}W)$, $\mathcal{MMB}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WI)$, $\mathcal{WMF}\ (m\,;\, WC^{-1}WC^{-1})$, $\mathcal{HMF}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}WC^{-1})$, $\mathcal{DS}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{DD}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{MMBSS}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICC)$, $\mathcal{MMBSD}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICC)$, $\mathcal{MBSW}\ (m, f\,;\, C^{-1}WICW)$, $\mathcal{MBDH}\ (m, f\,;\, C^{-1}WICW^{-1})$, $\mathcal{SWM}\ (m\,;\, CWC^{-1}W)$
Babu	$\mathcal{F}\ (m, f\,;\, C^{-1})$, $\mathcal{FB}\ (m, f\,;\, C^{-1}I)$, $\mathcal{MZH}\ (m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1})$
Bebe	$\mathcal{M}\ (m, f\,;\, C^{-1}W)$, $\mathcal{MZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}WI)$, $\mathcal{FBW}\ (m, f\,;\, C^{-1}IW)$
Yaji	$\mathcal{MB}\ (m, f\,;\, C^{-1}WI)$, $\mathcal{FZH}\ (m, f\,;\, C^{-1}IW^{-1})$, $\mathcal{WF}\ (m\,;\, WC^{-1})$, $\mathcal{HF}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1})$
Mogul	$\mathcal{FZ}\ (m, f\,;\, C^{-1}I)$, $\mathcal{MBW}\ (m, f\,;\, C^{-1}WIW)$
Talyu	$\mathcal{MMBS}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WIC)$, $\mathcal{MFZS}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{MMBSSS}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICCC)$, $\mathcal{MBDS}\ (m\,;\, C^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{WMB}\ (m\,;\, WC^{-1}WI)$, $\mathcal{ZDH}\ (m\,;\, IW^{-1}CW^{-1})$
Nganyi	$\mathcal{MMBD}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WIC)$, $\mathcal{MFZD}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{MBDD}\ (m\,;\, C^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{MMBSSD}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICCC)$, $\mathcal{WM}\ (m\,;\, WC^{-1}W)$, $\mathcal{DH}\ (f\,;\, W^{-1}CW^{-1})$, $\mathcal{ZSW}\ (m\,;\, IW^{-1}CW)$, $\mathcal{HMB}\ (f\,;\, W^{-1}C^{-1}WI)$
kaia	*older* $\mathcal{B}\ (m, f\,;\, I)$, $\mathcal{FBS}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}IC)$, $\mathcal{MZS}$ (*) $(m, f\,;\, C^{-1}WIW^{-1}C)$
Turdu	older $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\, I)$
Paldha	younger $\mathcal{B}\ (m, f\,;\, I)$
Mayi	younger $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\, I)$
Ngadhal	$\mathcal{MBS}\ (m\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZS}\ (m\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{MBD}\ (f\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZD}\ (f\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$
Bungali	$\mathcal{MBD}\ (m\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZD}\ (m\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$, $\mathcal{MBS}\ (f\,;\, C^{-1}WIC)$, $\mathcal{FZS}\ (f\,;\, C^{-1}IW^{-1}C)$
Yagan	$\mathcal{MMBDD}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{MMBDS}$ $(f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{MFZDD}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{MFZDS}\ (f\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{W}\ (m\,;\, W)$, $\mathcal{H}\ (f\,;\, W^{-1})$, $\mathcal{WZ}\ (m\,;\, WI)$, $\mathcal{HB}\ (f\,;\, W^{-1}I)$, $\mathcal{BW}\ (m\,;\, IW)$, $\mathcal{ZH}\ (f\,;\, IW^{-1})$, $\mathcal{ZSD}\ (m\,;\, IW^{-1}CC)$, $\mathcal{FMB}\ (f\,;\, C^{-1}C^{-1}WI)$
Marianu	$\mathcal{MMBDS}\ (m\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{MFZDS}$ $(m\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{WB}\ (m\,;\, WI)$, $\mathcal{ZH}\ (m\,;\, IW^{-1})$
Mura	$\mathcal{S}\ (m\,;\, C)$, $\mathcal{BS}\ (m\,;\, IC)$, $\mathcal{S}\ (f\,;\, W^{-1}C)$, $\mathcal{ZS}\ (f\,;\, IW^{-1}C)$
Kundal	$\mathcal{D}\ (m\,;\, C)$, $\mathcal{BD}\ (m\,;\, IC)$, $\mathcal{D}\ (f\,;\, W^{-1}C)$, $\mathcal{ZD}\ (f\,;\, IW^{-1}C)$
Ngajela	$\mathcal{ZS}\ (m\,;\, IW^{-1}C)$, $\mathcal{ZD}\ (m\,;\, IW^{-1}C)$
Kanainyu	$\mathcal{MMBDD}\ (f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WICW^{-1}C)$, $\mathcal{MFZDD}\ (f\,;\, C^{-1}WC^{-1}IW^{-1}CW^{-1}C)$, $\mathcal{HZ}\ (f\,;\, W^{-1}I)$
Yumani	$\mathcal{FFF}\ (m, f\,;\, C^{-1}C^{-1}C^{-1})$, $\mathcal{SSS}\ (m\,;\, CCC)$
Yarugalu	$\mathcal{MMM}\ (m, f\,;\, C^{-1}WC^{-1}WC^{-1}W)$

(*) if older than the speaker.

この表の Mogul に分類してある親族関係を眺めてみると，$\mathcal{FZ} = C^{-1}$ と $\mathcal{MBW} = C^{-1}W^2$ を同一視しているから，$W^2 = I$ なる関係がある。同様に，Yagan において $\mathcal{ZH} = W^{-1}$ と $\mathcal{ZSD} = W^{-1}CC$ を同一視していることから，$C^2 = I$ が導かれる。さらに，Radcliffe-Brown によると，Kariera 族が $\mathcal{MBD}$ 婚であるのに対して，Mardudhunera 族は $\mathcal{MMBDD}$ 婚であるという。親族関係 $\mathcal{MMBDD}$ は $C^{-1}WC^{-1}WCW^{-1}C$ と表されるから，この娘と結婚する，ということは $C^{-1}WC^{-1}\mathrm{WCW}^{-1}C = W$ という関係を結ぶ，ということである。仮定：$W^2 = I$ の下で代数演算を施して簡潔に表現するとこの関係式は $(WC)^2 = (CW)^2$ と同値である。母- 娘関係 $K = W^{-1}C$ を導入して，$W = W^{-1}, C = C^{-1}$ を考慮すると，$WC = K, CW = K^{-1}$ だから，$(WC)^2 = (CW)^2$ は $K^2 = K^{-2}$，つまり $K^4 = I$ と同値である。ここで，この部族が $\mathcal{MBD}$ 婚（母方交叉イトコ婚）は許されていないと仮定する。つまり，$WC \neq CW$ かつ $(WC)^2 = (CW)^2$ が成り立つことである。これはよく知られたアランダ型の婚姻規則と同じであり，これらの条件を満たす有限群は付録 2 のところですでに議論したように，4 次の正 2 面体群 D_4 と同型であるから次の仮説が予想される。

仮説：

Mardudhunera 族の婚姻規則は $<C, W> = D_4$ ただし，$C^2 = I, W^2 = I, K^4 = I$ である。

なお，$<C, W>$ が非可換群であるために，その要素の表現は C（父－息子）ではなく上述の K（母－娘）を用いた方が見やすい。もちろん $<C, W> = <W, K>$ である。

$$<W, K> = \{I, K, K^2, K^3, W, WK, WK^2, WK^3\}$$

と表されれ，演算規則は $WK \neq KW, (WK)^2 = I$ によって完全に決定される[40]。この関係式を変形すると一般に任意の整数 k に対して

$$WK^k = K^{-k}W \qquad (*)$$

が成り立つ。この関係式と $C^2 = I, W^2 = I, K^4 = I, C = WK$ を用いて前記の表の代数表記を縮約して整理して書き直すと次表が得られる。

40） $<C, W> = <W, K> = D_4$ であるから，クランの数は $n = 8$ でなくてはならない。しかし，Radcliffe-Brown（p. 176）では $n = 4$ であるとしている。しかし，クランの数が 4 では複雑な $\mathcal{MMBDD}$ 婚を確実に実行することは不可能であると思われる。

親族名称	英語による親族関係（C, W による表記)
Maiali (I)	$\mathcal{FF}\ (m, f\,;\,I)$, $\mathcal{FFB}\ (m, f\,;\,I)$, $\mathcal{SS}\ (m\,;\,I)$, $\mathcal{SD}\ (m\,;\,I)$
Ngabari (W)	$\mathcal{FM}\ (m, f\,;\,W)$, $\mathcal{FMZ}\ (m, f\,;\,W)$, $\mathcal{SS}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{SD}\ (f\,;\,W)$
Tami (WK^2)?	$\mathcal{MF}\ (m, f\,;\,WK^2)$, $\mathcal{MFB}\ (m, f\,;\,WK^2)$, $\mathcal{MFZ}\ (m, f\,;\,WK^2)$, $\mathcal{DS}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{DD}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{FMB}\ (m, f\,;\,W)$, $\mathcal{WFF}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{HFF}\ (f\,;\,W)$
Kandari (K^2)?	$\mathcal{MM}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MMZ}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MMB}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{WMF}\ (m\,;\,K^2)$, $\mathcal{HMF}\ (f\,;\,K^2)$, $\mathcal{DS}\ (f\,;\,K^2)$, $\mathcal{DD}\ (f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MMBSS}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MMBSD}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MBSW}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{MBDH}\ (m, f\,;\,K^2)$, $\mathcal{SWM}\ (m\,;\,K^2)$ $\mathcal{FFZ}\ (m, f\,;\,I)$, $\mathcal{WFM}\ (m\,;\,I)$, $\mathcal{HFM}\ (f\,;\,I)$
Babu (WK)	$\mathcal{F}\ (m, f\,;\,WK)$, $\mathcal{FB}\ (m, f\,;\,WK)$, $\mathcal{MZH}\ (m, f\,;\,WK)$
Bebe (K^3)	$\mathcal{M}\ (m, f\,;\,K^3)$, $\mathcal{MZ}\ (m, f\,;\,K^3)$, $\mathcal{FBW}\ (m, f\,;\,K^3)$
Yaji (K^3)?	$\mathcal{MB}\ (m, f\,;\,K^3)$, $\mathcal{FZH}\ (m, f\,;\,K^3)$, $\mathcal{WF}\ (m\,;\,K)$, $\mathcal{HF}\ (f\,;\,K)$
Mogul (WK)	$\mathcal{FZ}\ (m, f\,;\,WK)$, $\mathcal{MBW}\ (m, f\,;\,WK)$
Talyu (WK^3)	$\mathcal{MMBS}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MFZS}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MMBSSS}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MBDS}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{WMB}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{ZDH}\ (m\,;\,WK^3)$
Nganyi (WK^3)	$\mathcal{MMBD}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MFZD}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MBDD}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{MMBSSD}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{WM}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{DH}\ (f\,;\,WK^3)$, $\mathcal{ZSW}\ (m\,;\,WK^3)$, $\mathcal{HMB}\ (f\,;\,WK^3)$
kaia (I)	*older* $\mathcal{B}\ (m, f\,;\,I)$, $\mathcal{FBS}\ (m, f\,;\,I)$, $\mathcal{MZS}\ (m, f\,;\,I)$
Turdu (I)	older $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\,I)$
Paldha (I)	younger $\mathcal{B}\ (m, f\,;\,I)$
Mayi (I)	younger $\mathcal{Z}\ (m, f\,;\,I)$
Ngadhal (WK^2)	$\mathcal{MBS}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{FZS}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{MBD}\ (f\,;\,WK^2)$, $\mathcal{FZD}\ (f\,;\,WK^2)$
Bungali (WK^2)	$\mathcal{MBD}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{FZD}\ (m\,;\,WK^2)$, $\mathcal{MBS}\ (f\,;\,WK^2)$, $\mathcal{FZS}\ (f\,;\,WK^2)$
Yagan (W)	$\mathcal{MMBDD}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{MMBDS}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{MFZDD}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{MFZDS}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{W}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{H}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{WZ}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{HB}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{BW}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{ZH}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{ZSD}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{FMB}\ (f\,;\,W)$
Marianu (W)	$\mathcal{MMBDS}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{MFZDS}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{WB}\ (m\,;\,W)$, $\mathcal{ZH}\ (m\,;\,W)$
Mura (m;WK, f;K)	$\mathcal{S}\ (m\,;\,WK)$, $\mathcal{BS}\ (m\,;\,WK)$, $\mathcal{S}\ (f\,;\,K)$, $\mathcal{ZS}\ (f\,;\,K)$
Kundal (m;WK, f;K)	$\mathcal{D}\ (m\,;\,WK)$, $\mathcal{BD}\ (m\,;\,WK)$, $\mathcal{D}\ (f\,;\,K)$, $\mathcal{ZD}\ (f\,;\,K)$
Ngajela (K)	$\mathcal{ZS}\ (m\,;\,K)$, $\mathcal{ZD}\ (m\,;\,K)$
Kanainyu (W)	$\mathcal{MMBDD}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{MFZDD}\ (f\,;\,W)$, $\mathcal{HZ}\ (f\,;\,W)$
Yumani (WK)	$\mathcal{FFF}\ (m, f\,;\,WK)$, $\mathcal{SSS}\ (m\,;\,WK)$
Yarugalu (K)	$\mathcal{MMM}\ (m, f\,;\,K)$

縮約して表現した表を眺めて読者はどのような感想を持つであろうか。3ヶ所ほど不整合が見られるが，これも $K^2 = I$ とすれば理解可能である。C（父－息子）関係と K（母－娘）関係は対称であるにも関らず数理モデル上は $C^2 = I$ と $K^4 = I$ でなければならないから当事者も混乱するであろう。母子関係を優先して $K^2 = I, C^4 = I$ として4次の正2面体群を仮定しても（この場合は $CW \neq WC, (CW)^2 = (WC)^2 = I$ から $\mathcal{MMBDD}$ 婚が保証される）別の箇所で同様の不整合が生じる。もちろんどちらがよりデータにフィットするかを検証することは可能であると思われる。もし，$W^2 = I, C^2 = I, K^2 = I$ を仮定してしまうと $CW = WC$ となり[41)]，$\mathcal{MMBDD}$ 婚は $\mathcal{MBD}$ 婚に縮約してしまい，Kariera 型に落ち着く。しかしながら，現代社会ではほとんど親族であることを意識しないほど隔たった血縁と身近な血縁が極めて整合性を保ったまま同一視されているのは驚くべきことではないだろうか。しかし，そのことは K-S-T（p. 327）に述べてあるように「相当な天才的考えを必要とする」と考える必要は必ずしもないと思われる。というのも具体的な群である4次の正2面体群 D_4 の特徴付けを日常言語で表現することは可能であると思われるからである。実証データを持ち合わせないので仮説としてしか述べられないが，オーストラリア先住民の親族表現を詳しく分析すれば，彼らが親族関係を認識，ないし識別する言語表現が群 D_4 を特徴付けている，ということが推測されるのである。

謝辞：数学者 A. Weil による論文（[16]）に関心を持っていた著者に White（[18]）の本の存在をご教示下さったのは高坂健次氏（関西学院大）である。また，文献（[14]，[8]）を教えて頂いたのは木村邦博氏（東北大）である。両氏以外にも数理社会学会等の機会に多くの方々にコメントを頂いた。あわせてここに深く謝意を表する次第である。

参　考　文　献

［1］ Bush, R. R.（1963）: An Algebraic Treatment of Rules of Marriage and Descent. Appendix Two of H. C. White: An Anatomy of Kinship, pp. 159–172.
［2］ Evans-Pritchard, E. E.（1951）: Kinship and Marriage among the Nuer. 長島他訳（1985）『ヌアー族の親族と結婚』，岩波書店.
［3］ Fararo, T. J.（1973）: Mathematical Sociology: An Introduction to Fundamentals, 西田春彦　安田三郎監訳（1980）.『数理社会学 I』，紀伊国屋書店.
［4］ Fox, R.,（1967）: Kinship and marriage. 川中健二訳（1977）『親族と婚姻：社会人類学入門』，思索社.
［5］ 橋爪大三郎（1988）：『はじめての構造主義』，講談社現代新書.
［6］ Josselin de Jong., P. E.: 宮崎恒二他編訳（1987）『オランダ構造人類学』，せりか書房.
［7］ Kemeny, J. G., Snell, J. L. Thompson, G. L.（1957）: Inroduction to Finite Mathematics. 矢野健太郎訳（1959）『新しい数学』，共立出版 Chapter VII, Sec. 7, 8.
［8］ 甲田和衛，高坂健次（1989）：『社会学研究法』，放送大学教育振興会.

41）　$WC = K. C^2 = I$ より，$CW = C^{-1}W = K^{-1}W^{-1}W = K^{-1}. K = K^{-1}$ だから $WC = CW.$

［9］ 高坂健次 :「数理社会学にいま必要なこと」『理論と方法』6(2), pp. 55–67.
［10］ Lévi-Strauss (1949, 1967), C.: Les Structures Élémentaires de la Parenté. 福井和美訳（2000）.『親族の基本構造』，青弓社.
［11］ Maddock, K. (1982): The Australian Aborigenes. 松本博之訳（1986）『オーストラリア原住民 社会人類学的素描』，勁草書房.
［12］ Murdock, G. P. (1949)：Social Structure, 内藤莞爾監訳（1981）『社会構造』，新泉社.
［13］ Radcliffe-Brown, A. R. (1913): Three Tribes of Western Australia. Journal of Royal Anthropological Institute, xliii.
［14］ 盛山和夫（1990）：「親族の代数学」，『社会ネットワーク』，平松 闊 編著 福村出版 8 章.
［15］ 志賀浩二（1989）：『群論への30講』数学30講シリーズ8. 朝倉書店.
［16］ Weil, A. :「いくつかの型の婚姻法則をめぐる代数学的研究について（ムルンギン型体系）」レヴィ＝ストロース『親族の基本構造』（福井和美訳（2000）），第14章 第 1 部補遺 .
［17］ Weil. A. (1991): Souvenirs d’apprentissage, 稲葉延子訳（1994）『アンドレ・ヴェイユ自伝：ある数学者の修業時代』，シュプリンガー・フェアラーク東京.
［18］ White, H. C. (1963): An Anatomy of Kinship, Prentice-Hall.