政府研究開発投資の効果について

片　山　尚　平

（受付　2007 年 10 月 9 日）

1.　は　じ　め　に

日本経済は1990年代初めにバブルの崩壊に直面し，それを機に1990年代はおおむね景気が低迷し，低成長に甘んじてきた。2002年から緩やかな景気回復そして景気の上昇が生じたが，それらは都市部や大企業が中心であり，日本中に強くいきわたることがなく，日本国民に広く生活の改善を実感させるものでもなかった。

さらに，日本経済において，2005年頃より死亡者数が出生数を上回るようになり，日本経済は人口が減少する局面に突入した。人口の減少は当然労働人口の減少につながることが予想される。そこで，基本的な生産要素である労働量の減少を通じて経済成長に負の影響がもたらされることが懸念される。

また，それに伴って，今後人口構成も勤労世代や若者の比重が低下し，高齢者の比重が上昇していく。これは貯蓄率の低下を生み出し，投資や資本蓄積を抑制するであろう。このような主要な生産要素である資本ストックの増加率の低下傾向も，経済成長に負の影響をもたらすことが予想される。

したがって，今後も経済が持続的に成長し，国民が生活水準の向上をこれまでのように享受するためには，もう一つの生産要素である技術水準に期待せざるを得ず，技術水準上昇の効果やこの上昇を実現する方法を検討するため政府支出，技術知識と経済成長に関する考察が必要とされる。先行研究によれば，技術水準の上昇は，主として，政府及び民間企業による研究開発支出すなわち研究開発投資を通じて誘発される。

そこで，本稿では，資本蓄積や労働人口成長だけでなく技術水準の向上も考慮する経済成長モデルを考察する。本稿の主な目的は，政府の研究開発支出に焦点を置き，それがマクロ経済に短期的，長期的にどのような影響をもたらすかを理論的に考察することである。その際，特に，我々は租税を財源とする政府の研究開発支出の存在が経済成長と設備投資にどのような効果を及ぼすかに注目する。

本稿の構成は，以下のとおりである。次の第 2 節では，政府研究開発投資の実態や政府支出，技術知識と経済成長に関するいくつかの先行研究の内容を要約し，紹介する。第 3 節では，新古典派成長モデルをベースとし，民間の設備投資及び政府の研究開発支出を含み持続

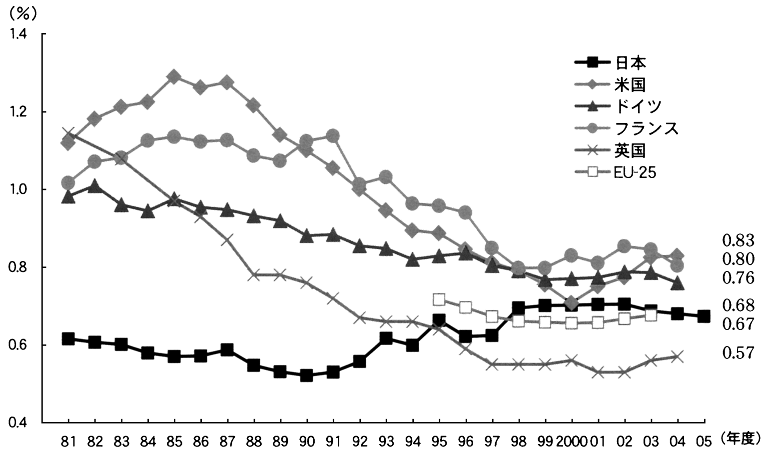
的成長を生み出すような成長モデルを提示する。そして，第4節では，そのモデルにおける均斉成長経路と安定性を検討し，貯蓄率や税率等に関する比較静学分析なども行う。第5節は結論部分であり，本稿の内容を要約し，今後の課題を示す。

2. 政府研究開発投資の実態と政府支出，技術知識と経済成長に関する先行研究

科学技術白書（平成19年版）によれば，実質研究費の10年程度の動向を見ると，米国，日本，ドイツで伸びが大きくなっているほか，中国，韓国が驚異的な伸びを見せている。また，研究費（研究開発投資）の GDP 比率を見ると，日本が主要国中で最高であり，平成17年度における研究費の対 GDP 比は3.55％である。

しかし，研究費総額における政府負担の割合を見ると，フランスが高く約4割を負担している。日本は19％と主要国の中でもっとも低い値となっているが，その主因として国防費の割合が低いこと，民間活力が旺盛なことが挙げられている。日本の政府負担割合と政府負担額の対 GDP 比の推移を見ると，共に減少傾向である。2005年度で前者は18.3％，後者は0.68％程度である（図1）。なお，図1は科学技術白書（平成19年版）に掲載されている図を転載したものである。

研究費の負担源と使用機関間における研究費の流れを見ると，日本の政府の資金は，大学へ約51％，政府機関へ約40％，民間へ約9％となっており，民間の資金は，民間へ98.9％，



注）1. 国際比較を行うため，各国とも人文・社会科学を含めている。
2. 日本は，1996年度及び2001年度に調査対象産業が追加されている。
3. 米国の2003年度以降は暫定値である。
出所）文部科学省『科学技術白書』

図1　主要国における政府負担研究費の対国内総生産（GDP）比の推移

大学へ1.0％，政府機関へ約0.1％となっている。国際的に比較した場合，日本は他の国に比べて全体として各部門間を移動する研究費は少ない。

さて，内生的技術変化に関する初期の代表的文献に，Arrow（1962）がある。Arrow のモデルは，学習（learning）と経験の間の関係に焦点を置いている。そこでは，投資の累積を通じて経済的な経験が積まれ，その経済的経験がより高い（労働）生産性に帰結する，と考えられている。すなわち，（労働）生産性は累積された粗投資によって決定される，という基本的な考えが存在する。そして，結局，技術の変化・蓄積は新資本財の生産と導入の副産物であるとみなされる[1)]。

技術の変化が粗投資に関係するという Arrow（1962）の考えを認めながらも，Shell（1966）は技術知識の生産率は発明活動に向けられる経済資源の配分を増加させることによって引き上げられるという考えを示した。Shell のモデルは基本的には新古典派の成長モデルであるが，発明の役割に焦点を当てているため以下のことが新たに追加されている。

すなわち，生産関数にヒックス中立的な技術進歩の形で技術知識ストックが含まれ，産出の一定比率が発明活動に向けられ，発明活動の一定比率が成功し，そして技術知識の増加となる。また，企業の生産に対して，技術知識は公共財とみなされることから政府の介入が望まれ，政府が産出の一定比率を課税し，その税収が発明活動をサポートするために使われる。

Shell のモデルの時間を通じた動きは，技術知識と労働者一人当たり資本ストックの変化率を説明する連立微分方程式で説明される。そこでは，発明に向けられる産出が技術知識を増やす一方で，技術知識は一定率で減耗する。同様に，可処分所得からの貯蓄が投資に向かい，資本蓄積をもたらす一方，資本も一定率で減耗する。

定常状態は鞍点であり，それへ向かう一意の経路が存在する。定常状態では，技術知識と労働者一人当たり資本ストックは一定である。労働者一人当たり産出も定常状態で一定となるため，このモデルは新古典派成長モデルに属し，内生的成長モデルに該当しない[2)]。

Shell のモデルと同様に，政府支出が経済成長に深く関わるモデルに Barro（1990）におけるモデルがある。そこでは，政府支出は公共財を意味し，投入生産要素として政府支出が生産関数に含まれる。労働者一人当たり産出は労働者一人当たり資本と労働者一人当たり政府支出に依存し，これら 2 つの投入要素に対して規模に関する収穫不変の生産関数が設定されている。

また，Barro のモデルでは租税が所得に比例し，財政収支が均衡する状況が想定されている。この関係が導入された結果，税率が一定である限り，資本の限界生産性と平均生産性は

1） Arrow のモデルを発展させた Romer（1986）のモデルは初期の内生的成長モデルであるが，要点はマーシャル的外部性に基づいて資本蓄積が労働生産性の向上をもたらすことである。
2） Shell（1967）は生産部門の産出と発明部門の産出から成る 2 部門モデルを展開し，同様の結論を導出している。

一定となる。これは Barro のモデルが AK モデルに帰着することを意味する。結局，Barro のモデルは内生的成長モデルとなり，移行動学は存在せず，労働者一人当たり消費，資本ストック，産出，政府支出と労働者一人当たり租税はすべて同率で成長することが見込まれる。

人的資本を導入する Lucas (1988) のモデルも内生的成長モデルである。Lucas モデルでは，人的資本は生産物の生産及び人的資本の生産において投入要素として使われ，その投入の配分比が一定となる均斉成長経路上では，資本の限界生産性と平均生産性が一定となり，労働者一人当たり消費，資本ストック，産出と労働者一人当たり人的資本は，それぞれ一定率で成長していく。もちろん，労働者一人当たり消費，資本ストック，産出と人的資本はモデルを解いて求められたものであり，モデル内の各種のパラメーターに依存する。

Weil (2005) では，技術の水準がヒックス中立型技術進歩の形でコブ＝ダグラス型の生産関数に導入され，一定とされる総労働人口の下で産出物の生産に従事する労働者と新技術の創造に従事する労働者に配分される比率が技術水準の成長率や経済成長に関わる。技術水準の成長率が新技術の創造 (R&D) に従事する労働者に配分される労働者数に比例し，定常状態において労働者一人当たり資本や産出が持続的に成長するという点がこのモデルの特徴である。

Weil のモデルからハロッド中立的な技術進歩を想定する新古典派成長モデルと同型の成長方程式が得られ，労働者一人当たり資本の成長経路の定常状態は安定であり，新技術の創造 (R&D) に従事する労働者数が多いほど技術水準の上昇率や労働者一人当たり資本ストックや産出の成長率が上昇するという結論が得られる。

3. 政府研究開発投資を含む持続的成長モデル

この節では，政府研究開発投資を含む持続的成長モデルを示し，そして説明する。成長のメカニズムには，従来の資本蓄積や労働投入の増加だけでなく，政府研究開発支出を通じた技術知識の増加がもたらす生産性の上昇が関わる。我々のモデルは基礎研究への投資を行う政府部門や技術変化を導入しているが，そのモデルのベースは Solow (1956) や Swan (1956) の新古典派成長モデルであり，マクロ経済において賃金・価格は伸縮的に動き，その結果，各市場が均衡し，完全雇用が実現することを想定する[3)]。

財・サービスの生産は，次のようなコブ＝ダグラス型の生産関数

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{1}$$

を通じて行われるものとする。ここで，Y, A, K, L は，それぞれ，実質 GDP，技術水準，資本ストック，労働投入量を表す変数である。α は資本分配率を示すパラメーターであり，0

3) 二神 (1999) では，新古典派成長モデル，内生的成長モデルとそれらのモデルにおける経済政策の必要性・有効性が手際よく論じられている。

と 1 の間の大きさである。

さて，財・サービス市場の均衡は，閉鎖経済を前提として

$$Y = C + I + G \tag{2}$$

で与えられる。ここで，C, I, G は，それぞれ，消費，投資，政府支出を表している。ただし，投資は設備投資を意味し，政府支出は政府研究開発支出を意味するものとする。

(2)式の右辺第 1 項の消費は，可処分所得に比例すると考え，

$$C = (1-s)(1-t)Y \tag{3}$$

で与えられる。ここで，s, t は，それぞれ，所与の貯蓄率，所得税率である。

次に，第 2 項の投資は，資本の限界生産物（利潤率），利子率と資本ストックに依存し，

$$I = I(r-\rho)K \qquad I(0) = 0 \quad I' > 0 \tag{4}$$

の関数で表わされる。ここで，r, ρ は，それぞれ，資本の限界生産物，利子率を表している。$I(r-\rho) = I/K$ は投資率と呼ばれる。なお，この投資関数は，静学的な予想及び調整費用の存在を前提とした場合の企業による動学的な最適化（将来収益の割引現在価値の和の最大化）行動から導かれている[4)]。

また，第 3 項の政府研究開発支出は政府による研究開発投資であり，その資金は税によって調達される。したがって，財政収支は均衡し，

$$G = tY \tag{5}$$

が成立している。

さて，投資を通じて資本が蓄積されるので，資本蓄積式は

$$\dot{K} = I \tag{7}$$

で表わされる。ここで，$\dot{K}(= dK/dt)$ は K の時間変化率である。(4)式の I の値を(7)式に代入すると，資本蓄積率(7)′ が得られる。

$$\dot{K} = I(r-\rho)K \tag{7$'$}$$

さて，説明の便宜上，新しい変数 e を導入し，それを

$$e = A^{1/(1-\alpha)} \quad \text{あるいは，} \quad e^{1-\alpha} = A \tag{8}$$

と定義する。この技術水準を表す新指標 e を使うと，先の生産関数(1)式は

$$Y = K^{\alpha}(eL)^{1-\alpha} \tag{9}$$

と書き換えられる。我々は eL を効率労働とみなすことができる。そして，次のように定義される y, k

$$y = Y/(eL), k = K/(eL) \tag{10}$$

を利用することにより，生産関数(9)式は

4) このような投資関数の図も用いた説明として，例えば，宇沢（1972）や Uzawa（1969）が挙げられる。また，片山（2006）では，調整費用と税を含む投資モデルを図も交えて説明している。

$$y = k^{\alpha} \tag{11}$$

と書き換えられる。

分析の便宜上，各変数を効率労働単位当たりタームで表記すれば，このマクロ経済は

$$y = k^{\alpha} \tag{11}$$

$$y = c + i + g \tag{12}$$

$$c = (1-t)(1-s)y \tag{13}$$

$$i = I(r-\rho)k \tag{14}$$

$$g = ty \tag{15}$$

$$\dot{k} = I(r-\rho)k - (n+\hat{e})k \tag{16}$$

で表される。ここで，n（定数），$\hat{e}$ は，それぞれ，$\dot{L}/L$，$\dot{e}/e$ を意味する。

このマクロ経済の内生変数は y, c, i, g, r, ρ と k の 7 個であるが，方程式の数は 6 個しかない。そこで，我々は，生産関数(11)を考慮して，資本の限界生産物 r の決定式

$$r = \alpha k^{\alpha-1} \tag{17}$$

を追加する必要がある。

その結果，我々はマクロ経済体系を以下の三式

$$y = k^{\alpha} \tag{11}$$

$$y = (1-t)(1-s)y + I(\alpha k^{\alpha-1} - \rho)k + ty \tag{18}$$

$$\dot{k} = I(\alpha k^{\alpha-1} - \rho)k - (n+\hat{e})k \tag{19}$$

に縮約して表すことができる。我々は，(11)，(18)，(19)式を，それぞれ，効率労働単位当たり産出 y，利子率 ρ，効率労働単位当たり資本ストック k の決定式とみなすことができる。

4.　均斉成長経路，安定性と比較静学

この節では，我々は均衡成長経路あるいは均斉成長経路と呼ばれる経路を説明し，その安定性及びその経路をめぐる比較静学分析などを検討する。

まず，我々はこの経済の定常状態を考察する。定常状態は(19)式で，$\dot{k}$ がゼロとなる状態である。すなわち，この状態は

$$0 = I(\alpha k^{\alpha-1} - \rho)k - (n+\hat{e})k$$

あるいは　$0 = I(\alpha k^{\alpha-1} - \rho) - (n+\hat{e})$　(20)

で示される。以下ではこれらの式を満たす k は k^{*} で示される。

定常状態の k，すなわち k^{*} は，図 2 における右下がりの投資曲線 $I(\alpha k^{\alpha-1} - \rho)$ と $(n+\hat{e})$ 線との交点 E の k 座標の値である。ちなみに，投資曲線の傾きは

$$\partial I / \partial k = s(1-t)(\alpha-1)k^{\alpha-2} < 0$$

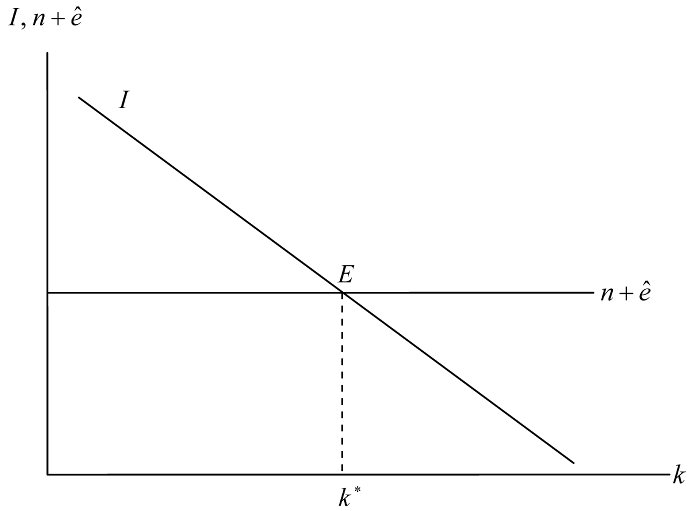


図 2　定常状態

である。この傾きの導出にあたって，(11)－(15)式を全微分して解いた

$$d\rho/dk=\{I'\alpha-s(1-t)\}(\alpha-1)k^{\alpha-2}/I'$$

という関係が利用されている。

なお，定常状態では $k=K/(eL)$ が一定であるから，次式が成立し，

$$\dot{K}/K-\hat{e}-n=0$$

均衡成長経路あるいは均斉成長経路が実現する。すなわち，資本ストックは効率労働の成長率と同じ速さで成長する。あるいは，一人当たり資本ストックは，技術指標 e の成長率と同じ速さで成長する。

効率労働単位当たりの資本ストックの時間を通じた変動は，前節の(19)式

$$\dot{k}=I(\alpha k^{\alpha-1}-\rho)k-(n+\hat{e})k \tag{19}$$

で与えられる。これはソローの成長モデルにおける経済成長の基本方程式に対応する。図上の右下がりの曲線は(19)式右辺の第 1 項に対応し，k を増やす方向に作用する。他方，図の水平線は(19)式右辺の第 2 項を表し，k を減らす方向に作用する。(19)式において k に関する微分を行うと

$$\partial\dot{k}/\partial k=s(1-t)(\alpha-1)k^{\alpha-1}+I-(n+\hat{e})$$

が得られるが，定常状態の近傍では右辺の第 2 項と第 3 項の和はゼロとなるので，

$$\partial\dot{k}/\partial k<0 \tag{21}$$

が成立する。

したがって，定常状態は局所的に安定であり，図 3 で示されるように，k は，k^* よりも大きければ k^* に向かって減少し，k^* よりも小さければ k^* に向かって増加する。図の両端に矢

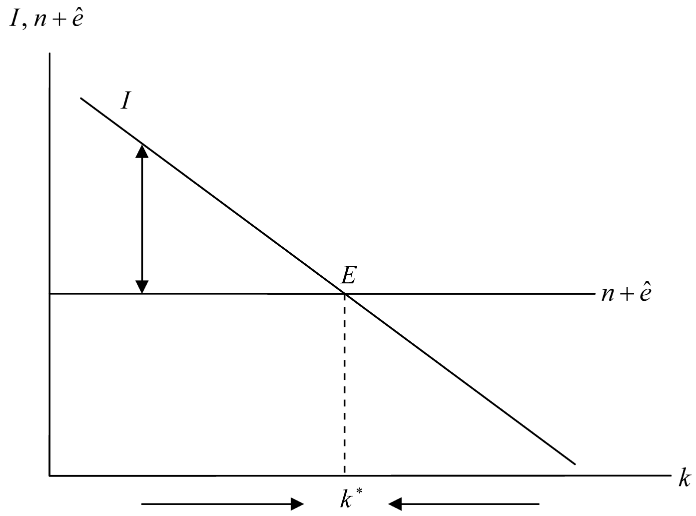


図3　定常状態の安定性

印を含む線は効率労働単位当たりの資本ストック k の成長率を示し，k が増加するにつれてその成長率が緩やかになっていくことが認められる。

次に，我々は，図や(20)式などを用いて，定常状態間の比較静学分析を行う。その前に，我々は，技術の水準 A の変化について説明する。技術水準 A は，以下のような技術の生産関数

$$\hat{A}=\varepsilon t-\eta \qquad \text{あるいは} \qquad \dot{A}=\varepsilon tA-\eta A \tag{22}$$

を通じて変化するものと仮定する。ここで，政府研究開発支出比率の増加が技術進歩率を促進すると考え，ε は GDP に対する政府研究開発支出の比率 t の 1 単位の増加が生み出す $\hat{A}\,(=\dot{A}/A)$ の増加分を表す。ε は正の定数とみなされるが，その大きさは政府の研究開発支出（研究開発投資）の効率性，政府の研究開発支出が技術の改善に結実する確率を表している。η は技術の減耗率であり，これも正の定数である。

この(22)式と e の定義式である(8)式を使って若干の計算をした結果，

$$\hat{e}=(\varepsilon t-\eta)/(1-\alpha) \tag{23}$$

が導出される。(23)式における右辺のパラメーターはすべて固定しているので，$\hat{e}$ は時間を通じて一定である。ただし，我々のモデルでは，$\hat{e}$ はハロッド中立的技術進歩を想定する新古典派成長モデルにおけるように最初から外生的に与えられるのではなく，(23)式を通じて内生的に決定される。

また，(23)式より，政府研究開発投資の生産性 ε，研究開発投資比率 t と資本分配率 α の上昇は技術指標の増加率 $\hat{e}$ を引き上げ，技術の減耗率 η の上昇は $\hat{e}$ を引き下げることがわかる。

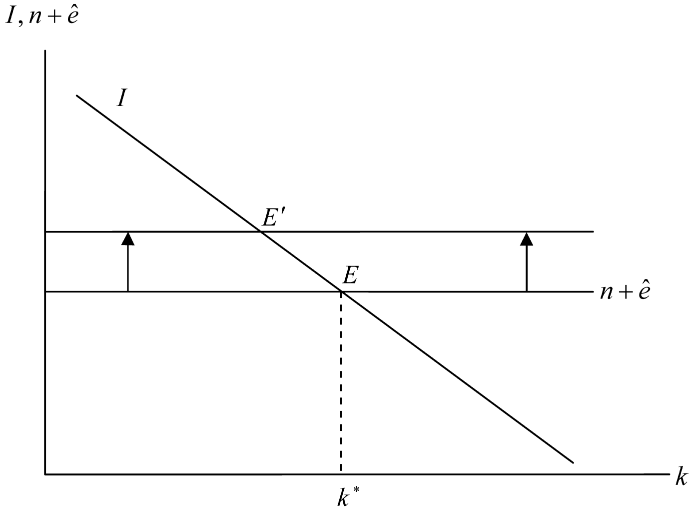


図 4　労働人口増加率上昇の効果

さて，我々は，第一に，労働増加率 n が変化する場合の効果を考察する。n の上昇は，図 4 で示されるように，水平線の上昇をもたらす。水平線の上昇の結果，定常状態は E から E' へ移動する。結局，n の上昇は効率労働単位当たり資本ストック k を減少させ，そして投資率 I を増加させる。政府研究開発投資の生産性 ε の上昇も，$\hat{e}$ の上昇を通じて，水平線の上昇を誘発する。したがって，その効果は図 4 で描かれたものと同様であり，$\hat{e}$ の上昇は長期的に，効率労働単位当たり資本ストック k の減少と投資率 I の増加を生み出す。

次に，我々は貯蓄率 s の変化の効果を考察しよう。図 5 で示されるように，貯蓄率の変化

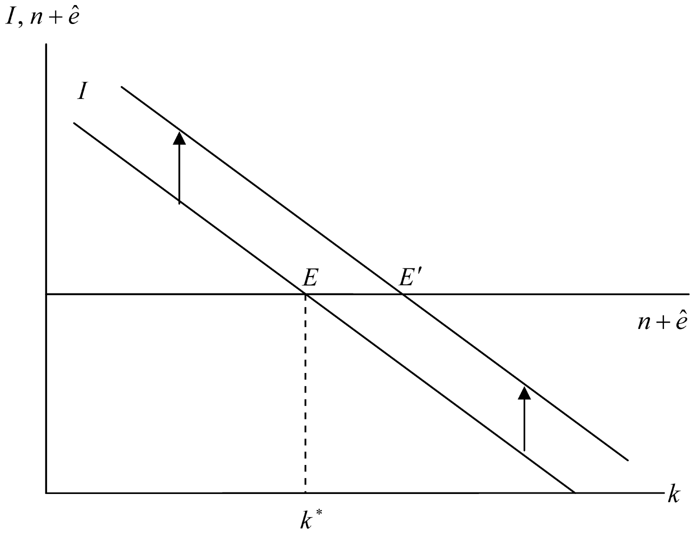


図 5　貯蓄率上昇の効果

は水平線の位置には影響しないが，貯蓄率の上昇は長期均衡の近傍では利子率 ρ の下落を通じて投資線を上方へ移動させることになる。

その結果として，定常状態が右方へ移動し，効率労働単位当たり資本ストック k を増加させるであろう。ただし，長期的には，$(n+\hat{e})$ 線は不変であるので，上昇した投資率は減少し，元の水準へ向かうであろう。

最後に，我々はもっとも興味深い政府研究開発投資比率 t の変化がもたらす効果の考察に向う。(11)－(15)式と(20)式を連立方程式とみなし，全微分など若干の計算をして整理すると，

$$dk/dt = \left(\frac{\varepsilon}{1-\alpha} + sk^{\alpha-1}\right) \Big/ \{s(1-t)(\alpha-1)k^{\alpha-2}\} < 0 \tag{24}$$

が導かれる。t の上昇は水平線の上昇を生み出すが，図 6 で描かれるように，投資線の下落を誘発する場合もある。

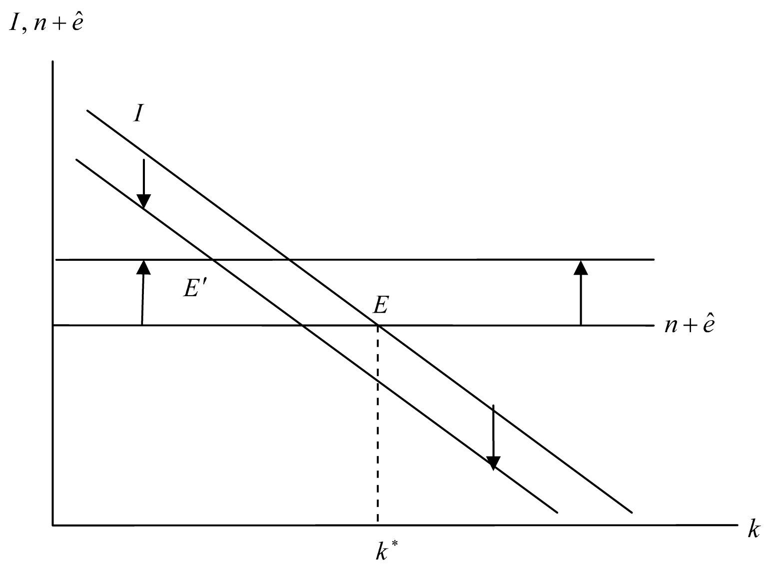


図 6　政府研究開発投資比率上昇の効果

結局，政府研究開発投資比率 t の上昇は，図上で定常状態を左上方へ移動させ，長期的に投資率の増加と効率労働者一人当たり資本ストックの減少をもたらす。t の上昇を通じて $\hat{e}$ が上昇するが，これは長期的に資本ストックの増加率あるいは労働者一人当たり資本ストックの増加率が上昇することを意味する。

生産関数(11)式，$y = k^{\alpha}$ を用いて定常状態について考察すると，t の上昇を通じた k の減少は y の減少を導き，同じく t の上昇を通じた $\hat{e}$ の上昇は産出の増加率あるいは労働者一人当たり産出の増加率の上昇をもたらすことがわかる。

5. お わ り に

少子・高齢社会の進展に伴って労働力の増加や資本蓄積が期待できない日本のような国において，今後も経済が持続的に成長し，国民が生活水準の向上をこれまでのように享受するためには，第三の生産要素である技術水準に期待せざるを得ない。先行研究によれば，技術水準の上昇は，主として，政府及び民間企業による研究開発支出すなわち研究開発投資を通じて誘発される。

そこで，本稿では，政府の研究開発支出に焦点を置き，それがマクロ経済に短期的，長期的にどのような影響をもたらすか等を理論的に考察した。その際，我々は租税を財源とする政府の研究開発支出の存在が経済成長と設備投資にどのような効果を及ぼすかにも注目した。

科学技術白書（平成19年版）によれば，研究費（研究開発投資）の GDP 比率を見ると，日本が主要国中で最高であるが，研究費総額における政府負担の割合を見ると，日本は19％と主要国の中でもっとも低い値となっている。日本の政府負担割合と政府負担額の対 GDP 比の推移を見ると，共に減少傾向である。また，研究費の負担源と使用機関間における研究費の流れを見ると，日本は他の国に比べて全体として各部門間を移動する研究費は少ない。

我々の想定した成長モデルは通常のソロー・スワンタイプの新古典派成長モデルに基づくものであるが，投資関数を含む点，そして政府部門が存在し成長のメカニズムに政府研究開発支出を通じた技術知識の増加がもたらす生産性の上昇を導入する点が特徴的である。モデルは，結局，効率労働単位当たり資本ストックの動きを表す微分方程式に集約された。

効率労働単位当たり資本ストックに関する定常状態は局所的に安定であり，長期的には均斉成長が実現する。労働単位当たり資本あるいは産出の成長を意味する技術指標の成長率は，税率や資本分配率等のモデルのパラメーターに依存する。

技術指標の成長率は時間を通じて一定であるが，政府研究開発投資の生産性，研究開発投資比率（税率）と資本分配率の上昇は技術指標の増加率 $\hat{e}$ を引き上げ，技術の減耗率の上昇は技術指標の成長率を引き下げることがわかった。技術指標の成長率の上昇（低下）は，均斉成長経路上で，労働者一人当たり資本あるいは産出の成長率の上昇（低下）を生み出す。

労働人口増加率と政府研究開発投資の生産性の上昇は，長期的に効率労働単位当たり資本ストックの減少と投資率の増加をもたらす。貯蓄率の上昇も長期的に効率労働単位当たり資本ストックの減少をもたらすが，投資率の水準には影響しないであろう。そして，政府研究開発投資比率の上昇は，長期的に投資率の増加と労働者一人当たり資本ストックの増加を引き起こすであろう。

本稿では，一国の経済成長過程をモデル化し，均斉成長経路とその安定性を考察し，均斉

成長経路上での比較静学分析を行ったが，その結論は一次接近にすぎないであろう。というのは，消費関数と政府研究開発投資が技術知識の増大をもたらす関数が素朴すぎて改善の余地があるからである。例えば消費を家計の効用に関係させて考えれば，社会的に望ましい政府研究開発投資比率が導出可能となるであろう（付論参照）。さらに，研究費総額に占める比重の大きい民間の研究開発投資について考察し，それをモデル化して導入することも今後の研究課題である。Romer（1990），Grossman and Helpman（1991）や Aghion and Howitt（1992）が，そのような民間部門の R&D を含むシュンペーター的な成長モデルの代表的な先行研究として挙げられる。

付論：内生的成長と政府研究開発投資

付論では，政府が相対的危険回避度（限界効用の弾力性）一定の効用関数を持つ消費者の総効用 U

$$U=\int_0^\infty \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-(\rho-n)t}dt \tag{1}$$

を最大化する場合の経済成長を考察する。ここで，$\rho\ (>0)$ は時間選好率を意味し，σ は正の定数である。小文字の変数は労働者一人当たり表示であり，c は労働者一人当たり消費を意味する。また，初期労働量は 1 に設定されている。

単純化のため，我々は投資の調整費用を考慮せず，投資関数を明示的に示さない。均衡財政のもとで，資本ストックは貯蓄（投資）と資本減耗（資本減耗率 δ）を通じて変化し，労働者一人当たり資本ストック k の変化は，次式で表される。

$$\dot{k}=(1-t)k^{\alpha}e^{1-\alpha}-c-(\delta+n)k \tag{2}$$

この最大化問題に関する経常価値ハミルトニアン H は

$$H=\frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}+q_1\{(1-t)e^{1-\alpha}k^{\alpha}-c-(\delta+n)k\}+q_2(\frac{\varepsilon t-\eta}{1-\alpha})e \tag{3}$$

で与えられる。これに基づく最適化条件は

$$c^{-\sigma}-q_1=0 \tag{4}$$

$$-q_1e^{1-\alpha}k^{\alpha}+q_2\frac{\varepsilon}{1-\alpha}e=0 \tag{5}$$

$$\dot{q}_1=\beta q_1-\alpha q_1(1-t)e^{1-\alpha}k^{\alpha-1}+(\delta+n)q_1 \tag{6}$$

$$\dot{q}_2=\beta q_2-(1-\alpha)(1-t)q_1e^{-\alpha}k^{\alpha}-q_2(\frac{\varepsilon t-\eta}{1-\alpha}) \tag{7}$$

である。ここで，$\beta=\rho-n\,(>0)$ という関係が用いられている。

(4)と(6)より，次式が導かれ，

$$-\sigma\hat{c} = \rho - \alpha(1-t)e^{1-\alpha}k^{\alpha-1} + \delta + n \tag{8}$$

両辺を整理して対数をとり，時間で微分した結果，均斉成長経路上で

$$\hat{e} = \hat{k} \tag{9}$$

が成立する。また，均斉成長経路上では，(2)を k で割ることにより(10)が成立することがわかる。

$$\hat{k} = \hat{c} \tag{10}$$

(4)の対数をとり時間で微分した結果を(5)の対数をとって時間で微分した結果に代入し，(9)と(10)を利用すると，(11)が導出される。

$$\hat{q}_2 = -\sigma\hat{e} \tag{11}$$

(5)の q_1 を(7)に代入して整理すると，次式が得られる。

$$\hat{q}_2 = \beta - (1-t)\varepsilon - \frac{\varepsilon t - \eta}{1-\alpha} \tag{12}$$

(11)と(12)を利用すると，$\hat{q}_2$ が消去され，

$$-\sigma\hat{e} = \beta - (1-t)\varepsilon - \frac{\varepsilon t - \eta}{1-\alpha} \tag{13}$$

が導かれる。

さらに，$\hat{e} = \dfrac{\varepsilon t - \eta}{1-\alpha}$ を考慮すると，(13)は(14)のように書き換えられ，

$$\hat{e} = \frac{\varepsilon - \beta - \eta}{\sigma - \alpha} \tag{14}$$

モデルを解くことによって，各種パラメーターに依存する内生的な成長率が求められた $(\hat{e} = \hat{k} = \hat{c} = \hat{y})$。

(14)において，正の経済成長，$\hat{e} > 0$と効用 U が有限値へ収束するという条件を課すと，

$$\sigma - \alpha > 0$$

が成立し，研究開発投資の生産性 ε，n，α が上昇すれば $\hat{e}$ が上昇し，ρ，η，σ が上昇すれば $\hat{e}$ が低下するであろう。$\hat{A} = (1-\alpha)\hat{e}$ への影響は，α を除いて同様である。

［付記］

本稿は，広島修道大学調査研究費（2005年度）の成果である。

参 考 文 献

Aghion, P. and P. Howitt（1992）, “A Model of Growth through Creative Destruction,” *Econometrica,* Vol. 60（March）, pp. 323–351.
Arrow, K. J.（1962）, “The Economic Implications of Learning by Doing,” *Review of Economic Studies*, Vol. 29（June）, pp. 155–173.
Barro, R. J.（1990）, “Government Expenditure in a Simple Model of Endogenous Growth,” *Journal of Political Economy*, Vol. 98（October）, pp. 103–125.
Grossman, G. M. and E. Helpman, *Innovation and Growth in the Global Economy*, Cambridge MA, MIT Press, 1991（大住圭介監訳『イノベーションと内生的経済成長』創文社，1997年）.
Lucas, R. E.（1988）, “On the Mechanics of Economic Development,” *Journal of Monetary Economics*, vol. 22（July）, pp. 3–22.
Romer, P. M.（1986）, “Increasing Returns and Long-run Growth,” *Journal of Political Economy*, Vol. 94（October）, pp. 1002–1037.
Romer, P. M.（1990）, “Endogenous Technological Change,” *Journal of Political Economy*, Vol. 98（October）, pp. 71–102.
Shell, K.（1966）, “Toward A Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation,” *American Economic Review*, Vol. 56（May）, pp. 62–68.
Shell, K.（1967）, “A Model of Inventive Activity and Capital Accumulation,” in K. Shell, ed., *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge MA, MIT Press, pp. 67–85.
Solow, R. M.（1956）, “A Contribution to the Theory of Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70（February）, pp. 65-94.
Swan, T. W.（1956）, “Economic Growth and Capital Accumulation,” *Economic Record*, Vol. 32（November）, pp. 334–361.
Weil, D. N., *Economic Growth*, Pearson Education, Inc., 2005.
片山尚平（2006），『投資，成長と経済政策』晃洋書房.
二神孝一（1999），「新しい成長理論からみた経済政策」岩本・大竹・斉藤・二神共著『経済政策とマクロ経済学』日本経済新聞社，pp. 209–252.
文部科学省編（2007），『平成19年版科学技術白書』国立印刷局.