ロールバックリカバリの失敗および *M*/*M*/1 型トランザクションを考慮した年令依存チェックポイント政策に関する一考察

海　生　直　人

（受付　2011 年 4 月 27 日）

あ　ら　ま　し

本稿ではコンピュータシステム障害が発生した場合の回復処置の 1 つであるロールバックリカバリが失敗する場合を考慮した年令依存チェックポイントモデルにおいて，*M*/*M*/1 型トランザクションおよびロールバックリカバリの期待処理時間がアフィン型となる場合を仮定し，システムの確率的挙動および定常アベイラビリティを最大にする最適チェックポイント政策を議論する。

キーワード　チェックポイント政策，年令依存，*M*/*M*/1 待ち行列，定常アベイラビリティ

1.　は　じ　め　に

コンピュータの発達は現代社会を支障なく維持して行く上においてコンピュータ自身を必要不可欠なものとして位置付けていることは疑いのない事実である。すなわち，コンピュータシステム障害によるシステムダウンは社会生活に深刻な悪影響を及ぼす。そのためシステム障害復帰のための方策が種々考案され議論されている。その方策の 1 つにファイル回復のためのチェックポイント方策がある［1］。これはシステム障害が発生しその結果主記憶装置の情報が消滅したとき，トランザクションを最初からやり直すのではなく補助記憶装置に存在する直前のチェックポイントと呼ばれるある前もって定められた時点において保存された情報および直前のチェックポイントからの監査証跡を使用してシステム障害直前の状態に復帰（ロールバックリカバリ）する方策である。ここで問題となるのはチェックポイント生成時点の決定であり，これに関して種々研究がなされている［1–6］。

本稿ではロールバックリカバリが失敗する場合を考慮した年令依存チェックポイントモデル［2］において，*M*/*M*/1 型トランザクションおよびロールバックリカバリの期待処理時間がアフィン型となる場合を仮定し，システムの確率的挙動および定常アベイラビリティを最大にする最適チェックポイント政策を議論する。

2. 基本チェックポイントモデル

基本となるチェックポイントモデルであるロールバックリカバリが失敗する場合を考慮した年令依存チェックポイントモデルについて記述する（Dohi et al.［2］参照）。

システムの挙動に対して時刻 t における以下の状態 $I(t)$ を定義する。

$$I(t)=\begin{cases}0 & \text{チェックポイント生成中}\\ 1 & \text{通常サービス中}\\ 2 & \text{ロールバックリカバリ中}\end{cases}$$

ここで $I(0)=1$ と仮定する。

以下の諸量を導入する。

1） S コンピュータシステム障害を伴わない場合のチェックポイント生成間隔

$A(x)$ 累積分布関数

$a(x)$ 確率密度関数

$\eta(x)$ 状態 1 から状態 0 への推移率

2） $X(t)$ 時刻 t における，最も近い通常サービス再開時点から測定した通常サービス時間

3） X 通常サービス中のコンピュータシステム障害発生時間

$G(x)$ 累積分布関数

$g(x)$ 確率密度関数

$r(x)$ $X(t)=x$ でのコンピュータシステム障害発生率，すなわち状態 1 から状態 2 への推移率

4） V_x $X(t)=x$ でコンピュータシステム障害が発生したときの 1 回当りのロールバックリカバリ時間

$B_x(y)$ 累積分布関数

$b_x(y)$ 確率密度関数

$\zeta_x(y)$ 1 回のロールバックリカバリ完了率

5） p ロールバックリカバリ成功確率，すなわち状態 2 から状態 0 への推移確率

q ロールバックリカバリ失敗確率，すなわち状態 2 から状態 2 への推移確率, ここで $p+q=1$

6） C チェックポイント生成に要する時間

$D(c)$ 累積分布関数

$d(c)$ 確率密度関数

$v(c)$ チェックポイント生成完了率，すなわち状態 0 から状態 1 への推移率

このモデルにおける定常アベイラビリティ AV は以下に与えられる。

$$AV=\frac{\int_0^\infty \bar{G}(x)\bar{A}(x)dx}{\int_0^\infty [\bar{G}(x)+p^{-1}E[V_x]g(x)]\bar{A}(x)dx+E[C]} \tag{2.1}$$

ここで一般に $E[\cdot]$ は期待値を示す演算子であり，$\bar{\psi}(\cdot)=1-\psi(\cdot)$ とする。

この定常アベイラビリティ AV を最大にする最適政策はノンランダムであり，コンピュータシステム障害を伴わない場合のノンランダムチェックポイント間隔を T とした場合に定常アベイラビリティ AV は T の関数 $AV(T)$ として以下に与えられる。

$$AV(T)=\frac{\int_0^T \bar{G}(x)dx}{\int_0^T [\bar{G}(x)+p^{-1}E[V_x]g(x)]dx+E[C]} \tag{2.2}$$

3. 拡張チェックポイントモデル

本章では第 2 章で記述した基本年令依存チェックポイントモデル［2］において，*M/M/*1 型トランザクションおよびロールバックリカバリの期待処理時間がアフィン型となる場合を仮定し，システムの確率的挙動および定常アベイラビリティを最大にする最適チェックポイント政策を議論する。

*M/M/*1 型トランザクションを定義する［3］。トランザクションはコンピュータシステムに到着率 λ のポアソン過程に従って到着する。トランザクションに対する（再）処理時間は処理率 μ を伴う指数分布に従う。従ってシステムは状態 $I(t)=1$ のときのみ処理をする単一待ち行列システム（*M/M/*1 型待ち行列システム）となる。以下ではこのシステムについて議論する。

時刻 t において待ち行列システムに存在するトランザクションの数を $N(t)$ とする $(N(0)=0)$。条件付き累積分布関数 $F(n,x,t)$ およびその確率密度関数 $f(n,x,t)$ を定義する。

$$F(n,x,t)=P[N(t)=n,X(t)\le x\,|\,I(t)=1] \tag{3.1}$$

および

$$f(n,x,t)=\frac{\partial}{\partial x}F(n,x,t) \tag{3.2}$$

ここで一般に確率 $P[A|B]$ を事象 B が起こったという条件の下での事象 A の条件付き確率とする。確率的な議論より以下の結果が得られる。

$n>0$，$x>0$ に対して，

$$f(n,x+\Delta,t+\Delta)=(1-\lambda\Delta)(1-\mu\Delta)(1-r(x)\Delta)(1-\eta(x)\Delta)f(n,x,t)$$
$$+\lambda\Delta f(n-1,x,t)+\mu\Delta f(n+1,x,t)+o(\Delta) \tag{3.3}$$

ここで $o(\Delta)$ は Δ の高位の無限小を表す。$\Delta\to 0$ とすると，

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x})f(n,x,t)=-(\lambda+\mu+r(x)+\eta(x))f(n,x,t)$$
$$+\lambda f(n-1,x,t)+\mu f(n+1,x,t),\ n>0,\ x>0 \tag{3.4}$$

$n=0$， $x>0$ に対して，

$$f(0,x+\Delta,t+\Delta)=(1-\lambda\Delta)(1-r(x)\Delta)(1-\eta(x)\Delta)f(0,x,t)+\mu\Delta f(1,x,t)+o(\Delta) \tag{3.5}$$

$\Delta\to 0$ とすると，

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x})f(0,x,t)=-(\lambda+r(x)+\eta(x))f(0,x,t)+\mu f(1,x,t),\ n=0,\ x>0 \tag{3.6}$$

また，

$$f(n,x,0)=0,\ n\geq 0,\ x>0 \tag{3.7}$$

および

$$f(n,0,t)=\int_0^\infty\int_0^\infty\sum_{j=0}^{n}\frac{(\lambda c)^j}{j!}e^{-\lambda c}f(n-j,x,t-c)\eta(x)d(c)dxdc$$
$$+\int_0^\infty\int_0^\infty\sum_{j=0}^{n}\frac{(\lambda\tau)^j}{j!}e^{-\lambda\tau}f(n-j,x,t-\tau)r(x)p\sum_{i=1}^{\infty}q^{i-1}b_x^{(i)}(\tau)$$
$$*d(\tau)d\tau dx,\ n\geq 0,\ x=0 \tag{3.8}$$

ここで一般に $\psi(\cdot)*\xi(\cdot)$ は $\psi(\cdot)$ と $\xi(\cdot)$ の畳み込み，$\psi^{(n)}(\cdot)$ は $\psi(\cdot)$ 自身の n 重畳み込みとする。以後，この待ち行列システムはエルゴード的であるとする。

以下の関数を定義する。

$$f(n,x)=\lim_{t\to\infty}f(n,x,t) \tag{3.9}$$

$$\pi(u,x)=\sum_{n=0}^{\infty}u^n f(n,x) \tag{3.10}$$

さらに，一般に $\psi(t)$ の変数 t に関するラプラス変換を

$$\hat{\psi}(s)=\int_0^\infty e^{-st}\psi(t)dt=L_t[\psi(t)] \tag{3.11}$$

とすると，対応するラプラス変換は以下となる。

$$\hat{f}(n,s)=L_x[f(n,x)]=\int_0^\infty e^{-sx}f(n,x)dx \tag{3.12}$$

$$\hat{\pi}(u,s)=\sum_{n=0}^{\infty}u^n\hat{f}(n,s)=L_x[\pi(u,x)]=\int_0^\infty e^{-sx}\pi(u,x)dx \tag{3.13}$$

式（3.8）より， $n\geq 0$ ， $x=0$ に対して，

$$\begin{aligned}f(n,0)&=\int_0^\infty\int_0^\infty\sum_{j=0}^{n}\frac{(\lambda c)^j}{j!}e^{-\lambda c}f(n-j,x)\eta(x)d(c)dxdc\\&+\int_0^\infty\int_0^\infty\sum_{j=0}^{n}\frac{(\lambda\tau)^j}{j!}e^{-\lambda\tau}f(n-j,x)r(x)p\sum_{i=1}^{\infty}q^{i-1}b_x^{(i)}(\tau)\\&*d(\tau)d\tau dx,\ n\geq 0,\ x=0\end{aligned} \tag{3.14}$$

となり，さらに，

$$\pi(u,0)=\hat{d}(\lambda(1-u))\int_0^\infty\left[\eta(x)+r(x)\frac{p\hat{b}_x(\lambda(1-u))}{1-q\hat{b}_x(\lambda(1-u))}\right]\pi(u,x)dx \tag{3.15}$$

式（3.4）および（3.6）より， $t\to\infty$ のとき次式が得られる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}f(n,x)&=-(\lambda+\mu+r(x)+\eta(x))f(n,x)\\&+\lambda f(n-1,x)+\mu f(n+1,x),\ n>0,\ x>0\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(0,x)=-(\lambda+r(x)+\eta(x))f(0,x)+\mu f(1,x),\ n=0,\ x>0 \tag{3.17}$$

従って，式（3.15），（3.16）および（3.17）より，

$$\begin{aligned}\hat{\pi}(u,s)&=[\mu(1-\frac{1}{u})\hat{f}(0,s)+\int_0^\infty\{\hat{d}(\lambda(1-u))-e^{-sx}\}\eta(x)\pi(u,x)dx\\&+\int_0^\infty\left\{\hat{d}(\lambda(1-u))\frac{p\hat{b}_x(\lambda(1-u))}{1-q\hat{b}_x(\lambda(1-u))}-e^{-sx}\right\}r(x)\pi(u,x)dx]\\&/[s+\lambda(1-u)+\mu(1-\frac{1}{u})]\end{aligned} \tag{3.18}$$

ここで，明らかに，

$$\lim_{u\to 1}\lim_{s\to 0}\hat{\pi}(u,s)=1 \tag{3.19}$$

であり，再生理論のよく知られた結果より以下の関係が成立する（依田他［7，p. 45］参照）。

$$\pi(1,x)=\frac{\bar{G}(x)\bar{A}(x)}{\int_0^\infty \bar{G}(x)\bar{A}(x)dx} \tag{3.20}$$

従って，式（3.18），（3.19），（3.20）および（2.1）より $\rho=\lambda/\mu$ とすると，

$$\hat{f}(0,0)=1-\frac{\rho}{AV} \tag{3.21}$$

この $\hat{f}(0,0)$ は状態が 1（通常サービス中）であるときに，コンピュータシステムが遊休状態である確率である。さらに，$\hat{f}(0,0)>0$ より式（3.4），（3.6）および（3.8）の定常解が存在するための条件は $\rho<AV$ となる。

次に 1 回当りのロールバックリカバリの期待処理時間を次式で与える［3］。

$$E[V_x]=\alpha x+\beta, \alpha>0, \beta\geq 0 \tag{3.22}$$

ここで，αx は状態 1 における時間間隔 x において処理されたトランザクションにおいて再処理が必要なトランザクションの期待総処理時間であり，β はロールバックリカバリのための一定セットアップ時間である。

以下においてはノンランダムチェックポイント間隔 T を伴う定常アベイラビリティ $AV(T)$ を最大にする最適政策を議論する。式（2.2）に式（3.22）を代入する。

$$AV(T)=\frac{\int_0^T \bar{G}(x)dx}{\int_0^T [\bar{G}(x)+p^{-1}(\alpha x+\beta)g(x)]dx+E[C]} \tag{3.23}$$

ここでコンピュータシステム障害発生後再処理されねばならないトランザクションの比率を k とすると

$$\alpha=\frac{k\rho}{AV(T)} \tag{3.24}$$

従って $AV(T)$ は以下となる。

$$AV(T)=\frac{(1-p^{-1}k\rho)\int_0^T \bar{G}(x)dx+p^{-1}k\rho T\bar{G}(T)}{\int_0^T \bar{G}(x)dx+p^{-1}\beta G(T)+E[C]} \tag{3.25}$$

次式を定義する。

$$\begin{aligned} q(T)=&[1-p^{-1}k\rho Tr(T)][\int_0^T \bar{G}(x)dx+p^{-1}\beta G(T)+E[C]] \\ &-[(1-p^{-1}k\rho)\int_0^T \bar{G}(x)dx+p^{-1}k\rho T\bar{G}(T)][1+p^{-1}\beta r(T)] \end{aligned} \tag{3.26}$$

$$h(x)=(\alpha x+\beta)r(x) \tag{3.27}$$

式（3.25）で与えられる定常アベイラビリティ $AV(T)$ を最大にする最適ノンランダムチェックポイント間隔 T^* の決定に関して以下の結果を得る。

［定理3.1］

（1）もし $h(x)$ が狭義単調増加で $q(\infty)<0$ ならば，そのとき $q(T)=0$ を満足する有限で唯一の $T^*(0<T^*<\infty)$ が存在し，そのときの定常アベイラビリティは以下となる。

$$AV(T^*)=\frac{1-p^{-1}k\rho T^* r(T^*)}{1+p^{-1}\beta r(T^*)} \tag{3.28}$$

（2）もし $h(x)$ が狭義単調増加で $q(\infty)\geq 0$ ならば，あるいは，もし $h(x)$ が広義単調減少であるならば，そのとき $T^*\to\infty$ となる。すなわち，コンピュータシステム障害が発生したときのみチェックポイントが生成される。

$$AV(\infty)=\frac{(1-p^{-1}k\rho)E[X]}{E[X]+p^{-1}\beta+E[C]} \tag{3.29}$$

4. む　す　び

本稿ではロールバックリカバリが失敗する場合を考慮した年令依存チェックポイントモデルにおいて，$M/M/1$ 型トランザクションおよびロールバックリカバリの期待処理時間がアフィン型となる場合を仮定し，システムの確率的挙動および定常アベイラビリティを最大にする最適チェックポイント政策を議論した。

文　献

［1］ 福本　聡，海生直人，尾崎俊治，“コンピュータシステムの障害回復技術，”オペレーションズ・リサー

チ，Vol. 40, No. 4, pp. 198–204（1995 4 月）.
［2］ T. Dohi, H. Okamura and N. Kaio, “Optimal Age-Dependent Checkpoint Strategy with Retry of Rollback Recovery,” in *Proceedings of the 2nd International Workshop on Autonomous Decentralized System* , pp. 113–118, IEEE Computer Society, Los Alamitos, 2002.
［3］ E. Gelenbe, “On the Optimum Checkpoint Interval,” *Journal of the ACM*, Vol. 26, No. 2, pp. 259–270（1979）.
［4］ T. Ozaki, T. Dohi, H. Okamura and N. Kaio, “Min-Max Checkpoint Placement under Incomplete Failure Information,” in *Proceedings of the 2004 International Conference on Dependable Systems and Networks*, pp. 721–730, IEEE Computer Society, Los Alamitos, 2004.
［5］ T. Ozaki, T. Dohi, H. Okamura and N. Kaio, “Distribution-Free Checkpoint Placement Algorithms Based on Min—Max Principle,” *IEEE TRANSACTIONS ON DEPENDABLE AND SECURE COMPUTING*, Vol. 3, No. 2, pp. 130–140（2006 Apr. -Jun.）.
［6］ T. Dohi, T. Ozaki and N. Kaio, “Optimal Checkpoint Placement with Equality Constraints,” in *Proceedings 2nd IEEE International Symposium on Dependable, Autonomic and Secure Computing*（*DASC 2006*）, pp. 77–84, IEEE Computer Society, Los Alamitos, 2006.
［7］ 依田　浩，尾崎俊治，中川覃夫，“応用確率論，”朝倉書店，1977.

Abstract

Age-Dependent Checkpoint Policies Taking Account of Unsuccessful Rollback Recovery and *M*/*M*/1 Queueing System

Naoto Kaio

In this paper, we treat the age-dependent checkpoint model taking account of unsuccessful rollback recovery after computer system failure, where the transactions obey the *M*/*M*/1 queueing system. We discuss the probabilistic behaviors and the optimum age-dependent checkpoint policies maximizing the stationary availability.

Keywords: Checkpoint policy, Age-dependent, *M*/*M*/1 queueing system, Stationary availability