区分的費用関数をもつ動的在庫モデルの最適政策（Ⅰ）

児玉　正憲・坂口　通則

（受付　1998年11月12日）

目　　次

ま　え　が　き

本論文は区分的費用関数をもつ動的在庫問題の最適政策を検討する。一期間モデルについては，期待費用最大化[1,2]あるいは期待費用最小化問題[3,4]として考察され，具体的な在庫問題が解決された[5,6]。さらに費用関数の数学的一般化がなされ解析されている[7,8,11]。多期間モデルにも拡張され，最適政策の性質が検討されている[9,10]。多期間モデルの場合，最適政策，

1）Kabak, I. W.: "Partial Returns in the Single Period Inventory Model," IE News. **19**(2). 1984. pp. 1–3.
2）徂徠三十六，有薗育生，大田　宏「返却および追加注文を許す一期間モデルの解法」日本経営工学会誌 **37**(2)，1986，pp. 100–105.
3）児玉正憲，北原貞輔：「種々の需要形態に関する統一的在庫モデルの研究」経済学研究。**47**（5–6），九州大学経済学会，1983，pp. 49–72.
4）児玉正憲：「種々の需要形態に関する確率的在庫モデル」経済学研究，**51**（5），九州大学経済学会，1986，pp. 35–44.
5）―――：「返品および追加注文を許す一期間確率的在庫モデル（Ⅰ）」経済学研究　**55**（6），九州大学経済学会，1990，pp. 31–48.
6）―――：「返品および追加注文を許す一期間確率的在庫モデル（Ⅱ）」経済学研究，**56**（2），九州大学経済学会，1990，pp. 277–293.
7）―――：「ある非凸期待費用関数の最適政策（Ⅰ）」経済学研究，**57**（2），九州大学経済学会，1991，pp. 1–26.
8）―――：「ある確率的システムの最適政策（Ⅰ）」経済学研究，**58**（2），九州大学経済学会，1992，pp. 35–50.
9）―――：「ある非凸期待費用関数の最適政策（Ⅱ）」経済学研究，**57**（3–4），九州大学経済学会，1991，pp. 175–198.
10）―――：「ある確率システムの最適政策（Ⅱ）」経済学研究，**58**（3），九州大学経済学会，1993，pp. 17–27.
11）―――：Some Probabilistic Inentory Problems with Various Demand Pattern, Journal of Information & Optimization Science, **17**(1)，1996, pp. 17–48.

期待費用関数等を既知の関数で陽に表現することは容易ではなく，なされていない。最近，筆者の一人は，必要な関数を既知の関数で陽に表現することを可能な限り試みている[12,13]。

本論文では文献 12) で提案されたモデルにおける最適政策を求める手順が簡単になるための十分条件を検討し，さらに分布関数および費用関数を特定化し，詳細に解析する。

1．数学モデル

$H(z)$ を $(-\infty, \infty)$ で定義された連続的な実数値関数，c, α を $0<c$，$0<\alpha<1$ なる実数とする。任意に与えられた実数 x に対して関数列 $f_k(x), F_k(x)\ (k=1,\ldots,N)$ を次の式で定義する。

$$f_1(x) = \underset{z\geq x}{\mathrm{Min}}\,\{-cx + H(z)\}$$

$$f_k(x) = \underset{z\geq x}{\mathrm{Min}}\left\{-cx + H(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db\right\}, \qquad k=2,\ldots,N \tag{1}$$

$$F_{k-1}(z) = H(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db, \qquad f_0(\cdot)=0, \quad k=1,2,\ldots,N \tag{2}$$

ここに，$\phi(b)$ は実確率変数 B の密度関数で $b<0$ に対して $\phi(b)=0$ とする。R_1 を与えられた実数とする。さらに，$H(z)$ は次のような区分的関数と仮定する。

$$H(z) = \begin{cases} H_1(z), & z \leq R_1 \\ H_2(z), & z > R_1 \end{cases}$$

ここに，$H_1(z)$ および $H_2(z)$ は実数値関数である。このとき

$$F_{k-1}(z) = \begin{cases} H_1(z) + \alpha\displaystyle\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db, & z \leq R_1 \\ H_2(z) + \alpha\displaystyle\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db, & z > R_1 \end{cases}$$

となる。$k=1,2,\ldots,N$ に対して $F_{k-1}^1(z)$ および $F_{k-1}^2(z)$ を次の式で定義する。

$$F_{k-1}^1(z) = H_1(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db, \qquad z \leq R_1$$

$$F_{k-1}^2(z) = H_2(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db, \qquad z > R_1$$

12)　———：「区分的費用関数をもつ動的在庫モデル（Ⅰ）」経済科学研究，第 1 巻第 1･2 合併号広島修道大学経済科学会，1998，pp. 99–122.

13)　———：「区分的費用関数をもつ動的在庫モデル（Ⅱ）」経済科学研究，第 2 巻第 1 号広島修道大学経済科学会，1998，pp. 33–60.

2. 最適政策を求める手順が簡単になるための十分条件

上の数学モデルにおける $F_k^{1'}(R_1)$ の符号に関して，次の定理が成り立つ。

定理 1　$H_i(z)\,(i=1,2)$ は 2 階微分可能な凸関数とし，

$$H_1'(R_1)=H_2'(R_1),\quad \lim_{z\to-\infty}H_1'(z)<0,\quad \lim_{z\to\infty}H_2'(z)>c$$

と仮定する。このとき，次の命題が成立する。

i) $H_1'(R_1)>\alpha c$ ならば

$$F_m^{1'}(R_1)>0 \qquad m=1,2,\ldots,N-1$$

ii) $0<H_1'(R_1)\le \dfrac{\alpha c}{1+\alpha}$ ならば

$$F_m^{1'}(R_1)\le 0 \qquad m=1,2,\ldots,N-1$$

iii) $H_1'(R_1)\le \dfrac{\alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^m)}{1+\alpha+\cdots+\alpha^{m+1}}$ ならば

$$F_{m+1}^{1'}(R_1)\le 0 \qquad m=1,2,\ldots,N-1$$

証明

i) 文献 12) の定理 3.1 から，$F_{m-1}^{1'}(\bar{x}_m^1)=0$ となる $\bar{x}_m^1$ が存在し，

$$f_m'(x)=\begin{cases}-c & x<\bar{x}_m^1\\ -c+F_{m-1}^{1'}(x) & \bar{x}_m^1\le x<R_1\\ -c+F_{m-1}^{2'}(x) & R_1\le x\end{cases}$$

となる。

したがって式 (2) から次の式を得る。

$$\begin{aligned}F_m^{1'}(R_1)&=H_1'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_m'(R_1-b)\phi(b)\,db\\ &=H_1'(R_1)+\alpha\left\{\int_0^{R_1-\bar{x}_m^1} f_m'(R_1-b)\phi(b)\,db+\int_{R_1-\bar{x}_m^1}^\infty f_m'(R_1-b)\phi(b)\,db\right\}\\ &=H_1'(R_1)+\alpha\left\{\int_0^{R_1-\bar{x}_m^1}(-c+F_{m-1}^{1'}(R_1-b))\phi(b)\,db+\int_{R_1-\bar{x}_m^1}^\infty -c\phi(b)\,db\right\}\\ &=H_1'(R_1)-\alpha c+\alpha\int_0^{R_1-\bar{x}_m^1}F_{m-1}^{1'}(R_1-b)\phi(b)\,db\end{aligned}$$

$F_{m-1}^{1'}(x)$ は非減少関数であるから，$\bar{x}_m^1 \le R_1 - b \le R_1$ ならば $0 = F_{m-1}^{1'}(\bar{x}_m^1) \le F_{m-1}^{1'}(R_1 - b) \le F_{m-1}^{1'}(R_1)$ が成り立つ。したがって仮定より $F_m^{1'}(R_1) \ge H_1'(R_1) - \alpha c > 0$。よって i) は成り立つ。

ii)　m に関する帰納法で証明する。$m = 1$ とする。$F_0^{1'}(x) = H_1'(x)$ および $H_1'(x)$ が非減少関数であることを用いて，i) の証明と同様にして

$$F_1^{1'}(R_1) = H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} H_1'(R_1 - b)\phi(b)\,db$$

$$\le H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha H_1'(R_1) \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} \phi(b)\,db$$

$$\le H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha H_1'(R_1) = (1+\alpha) H_1'(R_1) - \alpha c \le 0.$$

$1 \le k \le N-2$ とし，$F_k^{1'}(R_1) \le 0$ が成立していると仮定しよう。このとき，文献 12) の定理 3.1 から，$F_k^{2'}(\bar{x}_{k+1}^2) = 0, \bar{x}_{k+1}^2 > R_1$ なる $\bar{x}_{k+1}^2$ が存在し，

$$f_{k+1}'(x) = \begin{cases} -c & x < \bar{x}_{k+1}^2 \\ -c + F_k^{2'}(x) & x \ge \bar{x}_{k+1}^2 \end{cases}$$

となる。

b ≥ 0 ならば $R_1 - b \le R_1$, したがって $f_{k+1}'(R_1 - b) = -c$.

したがって，

$$F_{k+1}^{1'}(R_1) = H_1'(R_1) + \alpha \int_0^{\infty} f_{k+1}'(R_1 - b)\phi(b)\,db = H_1'(R_1) - \alpha c \le \frac{\alpha c}{1+\alpha} - \alpha c = -\frac{\alpha^2 c}{1+\alpha} < 0$$

iii)　m に関する帰納法による。最初に仮定から，次の不等式を得る。

$$F_2^{1'}(R_1) = H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha \int_0^{R_1 - \bar{x}_2^1} (H_1'(R_1 - b) - \alpha c)\phi(b)\,db$$

$$+\alpha^2 \int_0^{R_1 - \bar{x}_2^1} \left(\int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1 - b_1} H_1'(R_1 - b_1 - b_2)\phi(b_2)\,db_2 \right) \phi(b_1)\,db_1$$

$$\le H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha(H_1'(R_1) - \alpha c) + \alpha^2 H_1'(R_1)$$

$$= (1+\alpha+\alpha^2) H_1'(R_1) - \alpha c(1+\alpha)$$

$$\le 0,$$

上の不等式は $m = 1$ のとき iii) が成りたつことを示している。次に，$m = k$ に対して iii) が成立していると仮定しよう。すべての $i\ (1 \le i \le k)$ に対して $F_i^{1'}(R_1) > 0$ を仮定してもよい (注意 1 を参照)。そのとき，

$$F_{k+1}^{1'}(R_1)=H_1'(R_1)-\alpha c+\alpha\int_0^{R_1-\bar{x}_{k+1}^1}(H_1'(R_1-b)-\alpha c)\phi(b)\,db$$

$$+\alpha^2\int_0^{R_1-\bar{x}_{k+1}^1}\left(\int_0^{R_1-\bar{x}_k^1-b_1}(H_1'(R_1-b_1-b_2)-\alpha c)\phi(b_2)\,db_2)\right)\phi(b_1)\,db_1$$

$$+\alpha^{k+1}\int_0^{R_1-\bar{x}_{k+1}^1}\left(\int_0^{R_1-\bar{x}_k^1-b_1}\left(\cdots\left(\int_0^{R_1-\bar{x}_1^1-b_1-b_2-\cdots-b_k}H_1'(R_1-b_1-b_2-\cdots-b_{k+1})\phi(b_{k+1})\,db_{k+1}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdots\right)\phi(b_2)\,db_2\right)\phi(b_1)\,db_1$$

$$\le H_1'(R_1)-\alpha c+\alpha(H_1'(R_1)-\alpha c)+\alpha^2(H_1'(R_1)-\alpha c)+\cdots+\alpha^k(H_1'(R_1)-\alpha c)$$

$$+\alpha^{k+1}H_1'(R_1)$$

$$=(1+\alpha+\cdots+\alpha^{k+1})H_1'(R_1)-\alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^k)$$

$$\le \alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^k)-\alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^k)=0$$

よって iii) は証明された。

注意 1　ii) において，条件 $0<H_1'(R_1)\le \alpha c/(1+\alpha)$ が成立しなくても，$F_1^{1'}(R_1)\le 0$ ならば，すべての $m\ge 2$ に対して $F_m^{1'}(R_1)\le 0$。また，$F_{m-1}^{1'}(R_1)\le 0$ ならば，すべての $m\ge 2$ に対して $F_m^{1'}(R_1)$ 0

証明　$m=k$ のとき，$F_k^{1'}(R_1)\le 0$ が成立していると仮定しよう。ii) の証明と同様にして

$$F_{k+1}^{1'}(R_1)=H_1'(R_1)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k+1}'(R_1-b)\phi(b)\,db=H_1'(R_1)-\alpha c$$

となる。ところが，

$$0\ge F_k^{1'}(R_1)=H_1'(R_1)+\alpha\int_0^{\infty}f_k'(R_1-b)\phi(b)\,db$$

$$=\begin{cases}H_1'(R_1)-\alpha c & F_{k-1}^{1'}(R_1)\le 0\\ H_1'(R_1)-\alpha c+\alpha\displaystyle\int_0^{R_1-\bar{x}_k^1}F_{k-1}^{1'}(R_1-b)\phi(b)\,db & F_{k-1}^{1'}(R_1)>0\end{cases}$$

が成り立つ。$F_{k-1}^{1'}(R_1)>0$ のとき，$0\le b\le R_1-\bar{x}_k^1$ ならば，$0=F_{k-1}^{1'}(\bar{x}_k^1)\le F_{k-1}^{1'}(R_1-b)\le F_{k-1}^{1'}(R_1)$

したがって $H_1'(R_1)-\alpha c\leqq 0$ となり $F_{k+1}^{1'}(R_1)\le 0$ を得る。

これからの議論を進めるために，式（1）と在庫モデルの関係についてふれておく。

まず，1 期間モデルを考える。初期在庫量を x とし，単価 c の製品を $z-x$ だけ購入すると，

$c\cdot(z-x)$ の購入費がかかり，ただちに入荷するものとすると，在庫水準は z となる。1 期間の需要量を表わす確率変数を B とし，B の実現値が b のときの在庫維持費用と品切損失費用の和を $C(z,b)$ とし，その期待費用を $E\{C(z,B)\}$ とするとする。発注費用を考慮する必要がないとすると，1 期間の期待全費用は $c\cdot(z-x)+E\{C(z,B)\}$ となり，$cz+E\{C(z,B)\}$ を $H(z)$ とおくと，1 期間の期待全費用は $-cx+H(z)$ で表され，式(1)の第 1 式の｛　｝の部分を表している。

多期にわたる購入・販売在庫モデルを考察するとき，第 2 期以降の費用の期待値を第 1 期において勘定に入れる場合には，ある割引率 $\alpha(0<\alpha<1)$ をかけたものを考え，第 1 期の費用の期待値とそれとの和を全期間にわたる費用の期待値と考えることにする。過剰需要が後期需要として取扱われるものと仮定し，各期の需要量を表す確率変数は互いに独立で，B と同じ分布に従うものとする。B の密度関数を $\phi(b)$ とし，$b<0$ に対して $\phi(b)=0$ とする。このとき，$f_k(x)$ を初期在庫量が x のとき，$1,2,\ldots,k$ 期間にわたる期待割引費用を最小にするという意味での最適購入政策を取ったときの費用関数とすると，最適性の原理より $f_k(x)$ は式(1)のようになる。

定理 1 の応用上の意義を考察しよう。(図 1，文献 13) を参照)

$$
\begin{tikzcd}
 & F_1^{1\prime}(R_1)>0 \arrow[r] \arrow[ddr] & F_2^{1\prime}(R_1)>0 \arrow[r] \arrow[ddr] & F_3^{1\prime}(R_1)>0 \arrow[r] \arrow[ddr] & \cdots F_{n-1}^{1\prime}(R_1)>0 \arrow[r] \arrow[ddr] & F_n^{1\prime}(R_1)>0 \\
H_1'(R_1)>0 \arrow[ur] \arrow[dr] & & & & & \\
 & F_1^{1\prime}(R_1)\le 0 \arrow[r] & F_2^{1\prime}(R_1)\le 0 \arrow[r] & F_3^{1\prime}(R_1)\le 0 \arrow[r] & \cdots F_{n-1}^{1\prime}(R_1)\le 0 \arrow[r] & F_n^{1\prime}(R_1)\le 0
\end{tikzcd}
$$

図 1

i) は，$H_1'(R_1)>\alpha c$ ならばケース（1）だけを考察すればよいことを示している。

　ケース（1）：$H_1'(R_1)>0,\quad F_1^{1\prime}(R_1)>0,\ldots,F_{N-1}^{1\prime}(R_1)>0$

このとき，$F_{N-1}^{1\prime}(x)=0$ の唯一の根 $\bar{x}_N^1$ を用い，最適購入政策は

　$x<\bar{x}_N^1$ ならば $\bar{x}_N^1-x$ だけ購入，

　$x\geq\bar{x}_N^1$ ならば購入しない

と表すことができる。

ii) は，$0<H_1'(R_1)\leq\alpha c/(1+\alpha)$ ならばケース (N) だけを考察すればよいことを示している。

　ケース (N)：$H_1'(R_1)>0,\quad F_1^{1\prime}(R_1)\leq 0,\ldots,F_{N-1}^{1\prime}(R_1)\leq 0$

　このとき，上の条件の下での $F_{n-1}^2(x)$ を $F_{n-11}^2(x)$，$F_{N-11}^{2\prime}(x)=0$ の唯一の根 $\bar{x}_{N1}^2$ を用い最適購入政策は

　$x<\bar{x}_{N1}^2$ ならば $\bar{x}_{N1}^2-x$ だけ購入，

　$x\geq\bar{x}_{N1}^2$ ならば購入しない

と表すことができる。

i), ii) を考慮し iii) を用いると，次のような興味のある結果が得られる

① $\alpha c/(1+\alpha)<H_1'(R_1)\le \alpha c(1+\alpha)/(1+\alpha+\alpha^2)$, $F_1^{1\prime}(R_1)>0$ ならば iii) によって $F_2^{1\prime}(R_1)\le 0$, よって注意 1 より $F_m^{1\prime}(R_1)\le 0\ (m=3,\dots,N-1)$。したがってケース $(N-1)$ だけ考察すればよい。

ケース $(N-1)$：$H_1'(R_1)>0,\ F_1^{1\prime}(R_1)>0, F_2^{1\prime}(R_1)\le 0, F_3^{1\prime}(R_1)\le 0,\dots,F_{N-1}^{1\prime}(R_1)\le 0$

このとき，上の条件のもとでの $F_{N-1}^2(x)$ を $F_{N-12}^2(x)$ とし，$F_{N-12}^{2\prime}(x)=0$ の唯一の根 $\bar{x}_{N2}^2$ を用い最適購入政策は

$x<\bar{x}_{N2}^2$ ならば $\bar{x}_{N2}^2-x$ だけ購入,

$x\ge\bar{x}_{N2}^2$ ならば購入しない

と表わすことができる。

② $\alpha c(1+\alpha)/(1+\alpha+\alpha^2)<H_1'(R_1)\le \alpha c\,(1+\alpha+\alpha^2)/(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3), F_2^{1\prime}(R_1)>0$ ならば，注意 1 の結果を用いて，$F_1^{1\prime}(R_1)>0$ および $F_m^{1\prime}(R_1)\le 0\ (m=4,\dots,N-1)$。したがってケース $(N-2)$ だけを考察すればよい

ケース $(N-2)$：$H_1'(R_1)>0,\ F_1^{1\prime}(R_1)>0,\ F_2^{1\prime}(R_1)>0,\ F_3^{1\prime}(R_1)\le 0,\dots,F_{N-1}^{1\prime}(R_1)\le 0$

このとき，上の条件のもとでの $F_{N-1}^2(x)$ を $F_{N-13}^2(x)$ とし，$F_{N-13}^{2\prime}(x)=0$ の唯一の根 $\bar{x}_{N3}^2$ を用い最適購入政策は

$x<\bar{x}_{N3}^2$ ならば $\bar{x}_{N3}^2-x$ だけ購入,

$x\ge\bar{x}_{N3}^2$ ならば購入しない

と表わすことができる。

⋮

(N-2) $\alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^{N-3})/(1+\alpha+\cdots+\alpha^{N-2})<H_1'(R_1)\le \alpha c(1+\alpha+\cdots+\alpha^{N-2})/(1+\alpha+\cdots+\alpha^{N-1})$, $F_{N-2}^{1\prime}(R_1)>0$ ならば，同様な方法をくり返して，ケース (2) だけを考察すればよいことがわかる。

ケース (2)：$H_1'(R_1)>0,\ F_1^{1\prime}(R_1)>0,\dots,F_{N-2}^{1\prime}(R_1)>0,\ F_{N-1}^{1\prime}(R_1)\le 0$

このとき，上の条件のもとでの $F_{N-1}^2(x)$ を $F_{N-1\,N-1}^2(x)$ とし，$F_{N-1\,N-1}^{2\prime}(x)=0$ の唯一の根 $\bar{x}_{NN-1}^2$ を用い最適購入政策は

$x<\bar{x}_{NN-1}^2$ ならば $\bar{x}_{NN-1}^2-x$ だけ購入,

$x\ge\bar{x}_{NN-1}^2$ ならば購入しない

と表わすことができる。

$\alpha c/(1+\alpha)<H_1'(R_1)\le\alpha c$ で $F_m^{1\prime}(R_1)>0\ (m=1,\dots,N-1)$ が成立するための $H_1'(R_1)$ 値に関する簡単な十分条件はみつからない。定義式より $F_m^{1\prime}(R_1)$ の値を求めるより現時点では方法はない。例えば，$F_1^{1\prime}(R_1)>0$ となるための $H_1'(R_1)$ の値の範囲は

$$H_1'(R_1) - \alpha c + \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} H_1'(R_1 - b)\phi(b)db > 0$$

が成立するための $H_1'(R_1)$ の値の範囲となる。

$H_1(z) = a_1(z - a_2)^2 + a_3$, $a_1, a_2, a_3 > 0$ とすると，$H_1'(z) = 2a_1(z - a_2) = 0$ より $z = a_2$ つまり $\bar{x}_1^1 = a_2$ となる。このとき

$$F_1^{1'}(R_1) = H_1'(R_1) - \alpha c + \alpha \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} H_1'(R_1 - b)\phi(b)db$$

$$= 2a_1(R_1 - \bar{x}_1) - \alpha c + \alpha \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} 2a_1(R_1 - \bar{x}_1^1 - b)\phi(b)db$$

$$= 2a_1(R_1 - \bar{x}_1^1) - \alpha c + 2a_1\alpha(R_1 - \bar{x}_1^1)\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1) - 2a_1\alpha \int_0^{R_1 - \bar{x}_1^1} b\phi(b)db$$

$$= H_1'(R_1)[1 + \alpha\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1)] - \alpha[c + 2a_1G(R_1 - \bar{x}_1^1)]$$

となり，ここに

$$\Phi(x) = \int_0^x \phi(b)db, \quad G(x) = \int_0^x b\phi(b)db$$

したがって，$F_1^{1'}(R_1) > 0$ となる $H_1'(R_1)$ の値の範囲は，

$$H_1'(R_1) > \frac{\alpha[c + 2a_1G(R_1 - \bar{x}_1^1)]}{1 + \alpha\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1)} > \frac{\alpha c}{1 + \alpha}$$

となる。このとき，①の条件は

$$\frac{\alpha[c + 2a_1G(R_1 - \bar{x}_1^1)}{1 + \alpha\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1)} < H_1'(R_1) \leq \frac{\alpha c(1 + \alpha)}{1 + \alpha + \alpha^2}$$

となる。$\alpha[c + 2a_1G(R_1 - \bar{x}_1^1)]/[1 + \alpha\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1)] > \alpha c/(1 + \alpha)$ は成立するが，$\alpha[c + 2a_1G(R_1 - \bar{x}_1^1)]/[1 + \alpha\Phi(R_1 - \bar{x}_1^1)] < \alpha c(1 + \alpha)/(1 + \alpha + \alpha^2)$ が成立しない場合もありうることを注意しておこう。

（以下次号）