環境保全型二部門経済成長モデルについて[1)]

時　政　　勗

（受付　1998年11月12日）

§1. は　じ　め　に

最近の最も重要な政治・経済問題の一つは，地球的環境劣悪化問題であろう。地球温暖化の進行やオゾンホールの拡大などは，国際政治問題になっている。

一方で現在の世界的な不況の中で，数少ない将来性のある産業として，環境産業が脚光を浴びはじめている。

環境問題は，一方で我々の社会生活の基盤を揺るがしかねない要因として，そして，現在の浪費型社会からの転換を我々に迫るものであるが，他方で新しい産業やビジネスチャンスを拡げるという側面を持ち，二面性がある。本稿では，この二つを統一的に捉えるという視点から一つの環境保全型経済成長モデルの構築を試みることを目的とする。

本稿では，経済活動の副産物として蓄積されていく汚染物質が，経済成長にどのような影響を与えるか，また反面で汚染物質除去を目的とする環境産業などの汚染除去活動を導入したとき，総合的にみて，汚染物質の蓄積はどの程度進み，それは経済成長にどのような影響を与えるかを検討することを目的とする。

すなわち，環境汚染の生産への影響と，通常の財生産部門だけでなく，廃棄物の処理やリサイクル活動（環境産業）部門を含む経済成長モデルを構築し，短期，長期の市場均衡が存在するか否か，そして均衡の特性はどのようなものであるかについて検討する。

モデルは基本的に宇沢 [2] [3] [4] の二部門経済成長モデルによる。第一部門は，消費財にも投資財にも利用できる同質的商品を生産し，第二部門は有害廃棄物を処理したり，それを無害化したり，リサイクルしたりする活動をするとする。そしてこの部門の活動水準は，処理された汚染物質の量で測られるとしよう。

ところで，社会に存在する汚染ストックは種々のルートを通じて，経済の生産可能性に影響を与えていると考えられる。Gottinger [1] は，たとえば次の3つを取り上げている。

1）本研究は，平成10年度文部省科学研究費補助金基盤研究（c）「環境制約下の地域間・国際間・多部門経済の持続可能性に関する研究」の研究成果の一部である。またCRUGE（中央大学地球環境研究推進委員会）主催の講演会で発表した際，多くの貴重なコメントを賜った田中広滋教授，緒方俊雄教授ほか出席者の方々に御礼申し上げる。

生産要素の供給に対するマイナスの影響として次の2つがある。

(a) 人口成長率および1人当たり労働時間数は，環境汚染が進むにつれてマイナスの影響を受ける[2)]。

(b) 環境汚染は，固定資本減耗を加速させる[3)]。

このほか，環境汚染が進むと，生産活動に外部経済的にタダで投入される環境サービスフローが減少する。たとえば農業の場合，廃棄物の堆積や有害化学物質の土地への残留によって，土壌の入れ替え（圃場整備）などを必要とするようになる。環境汚染は農業・林業・漁業の生産性を低下させる。また美しい環境の下で学習，研究活動をする方が——美しい環境の下での小・中学校，美しい場所にある研究所——より一層の科学や基礎知識の進歩を促進するが，環境汚染が進むにつれて，サービス業の生産物も低下すると考えられる。こうして，

(c) 汚染水準が一定に留まる限り，生産部門は収穫一定となるが，汚染水準が上昇するにつれて，収穫逓減となるというマイナス効果が考えられる。

Gottingerの分析は，(a)（b)（c）の生産性劣悪化要因を取り入れているが，完全な動学分析の展開は行っていない。

本稿では最も基本的な（c）の効果のみを取り上げることにする。さらに，分析の簡単化のためGottingerと同様に，任意の要素賦与量の下で，各部門の各生産要素の限界生産物の比率（限界代替率）に対しては汚染の上昇は影響を与えないとする。

こうして本稿は，(a)(b）の因子は捨象して（c）の環境劣悪化の直接的生産へのマイナス効果のみを考慮に入れた二部門経済成長モデルの完全競争的短期均衡，長期均衡の展開を行うことにする。

以下§2において，新古典派的二部門成長モデルに汚染ストック，汚染除去活動を導入し，短期競争均衡の成立をみる。§3では，このモデルの長期均衡の存在を検討し，§4で短期，長期均衡の定性分析を行う。§5で均衡の比較動学分析についてのべ，§6において残された問題点を述べる。

§2. 新古典派的二部門成長モデルへの汚染ストックおよび汚染除去活動の導入

ここで取り上げる社会では，所得のうちある一定割合θが汚染削減活動に向けられ，残り$1-\theta$が，通常の商品（同質財）の生産に向けられるとする。そしてさらに同質財の生産の一定割合sが，貯蓄されて耐久的投資財に利用され，残り$1-s$が消費財となり，人々の消費活動に利用される。

2) 環境ホルモンの影響で，若い男性の精子が減少し，出生率が低下することなどを思い起せばよい。
3) 酸性雨で建物や屋根の腐蝕が進み，建築物の耐用年数が低下することなどを思い起せよ。

このような社会に定常均衡状態が存在するかどうかを考察しよう。

社会の生産部門が通常商品生産部門（第一部門）と，汚染除去活動部門（第二部門）から成るとする。生産関数は次式で与えられる。ここで労働者1人当たりの汚染ストック水準 $\tilde{P}=P/L$ が大きくなるほど，生産性が低下させられると仮定する。それは労働者が働き，生活する環境の劣悪化が，生産性の低下を引き起こすというとき，汚染は人間の活動に伴って生み出されるが，多くの人間がいる社会では，多くの汚染物質が排出されるのは避けえないということによる。そこで汚染物ストックが，人口との相対比でみて高いか否かが，社会の汚染度を表すと考えるのである[4)]。$\beta_j(\tilde{P})$ を環境による生産性低下因子とすると，生産関数は通常の生産関数に，環境因子を乗じたものとして表される。

$$Q_j=\beta_j(\tilde{P})\ F_j(K_j.\ L_j) \qquad j=1,\ 2, \tag{2.1}$$

$$\beta_j'(\tilde{P})<0$$

なおここで F_j は一次同次生産関数（収穫一定）を仮定する。

企業の利潤最大化条件より各 j について

$$p_j\beta_j(\tilde{P})\,(\partial F_j/\partial K_j)=r \tag{2.2}$$

$$p_j\beta_j(\tilde{P})\,(\partial F_j/\partial L_j)=w \tag{2.3}$$

が導かれる。なぜなら両部門の利潤は

$$p_jQ_j-wL_j-rK_j$$
$$=p_j\beta_j(\tilde{P})F_j(K_j,\ L_j)-wL_j-rK_j$$

で与えられるが，利潤を最大化する点は K_j，L_j で微分してゼロにする点として求められるからである。

さらに，両生産要素とも完全雇用を前提とすると，

$$K_1+K_2=K \tag{2.4}$$

$$L_1+L_2=L \tag{2.5}$$

が成立する。さらに国民所得は次式で示される。

$$Y=p_1Q_1+p_2Q_2 \tag{2.6}$$

ここで　p_1：同質財である商品価格

p_2：汚染除去活動1単位の価格

Q_j：第 j 部門物的生産量

である。

ところで国民所得の一定割合 θ が汚染除去活動に向けられるとしよう。

$$p_2Q_2=\theta Y \tag{2.7}$$

4) または，多くの人口をもつ国は，土地も広いと考えて，汚染の密度は，低くなると考えることもできよう。

国民所得の残りの部分は，通常の財の生産に振り向けられる。

$$p_1Q_1=(1-\theta)Y \tag{2.8}$$

さらに，この通常の商品のうちの一定割合 s が，投資財に向けられるので，

$$s(1-\theta)Y$$

が投資財の生産額になる。

こうして，短期均衡は (2.1)～(2.8) の方程式から成る。

この短期均衡が集計的資本労働比 $k=K/L$ と $\tilde{P}$ の関数として表されることを次に示す。

記号を次のように決める。

$k=K/L$：集計的資本労働比

$q_j=Q_j/L=\beta_j(\tilde{P})\,F_j(K_j,\ L_j)/L$

：1 人当たり第 j 財生産量

$k_j=K_j/L_j$：第 j 部門の資本労働比

$y=Y/L$：1 人当たり国民所得

$p_2=1$：汚染除去活動の生産物価格。

ただしこれをニューメレールとする。

$p_1=p$：通常の商品の相対価格。

$\omega=w/r$：賃金—資本レンタル比

このとき短期均衡の条件である上の (2.1)～(2.8) から，以下の関係 (2.9)～(2.18) が導かれる。

良く知られた $\partial F_j/\partial K_j=f_j'(k_j)$，$\partial F_j/\partial L_j=f_j(k_j)-f_j'k_j$

という関係を用いて次式を得る。

$$\omega=f_j(k_j)\,/\,f_j'(k_j)-k_j \tag{2.9}$$

従ってこの式を用いて $k_j=k_j(\omega)$ として解ける。次に価格比は

$$p=\frac{\beta_2(\tilde{P})\,f_2'(k_2)}{\beta_1(\tilde{P})\,f_1'(k_1)} \tag{2.10}$$

と示せる。なぜなら

$$p=\frac{p_1}{p_2}=\frac{r}{\beta_1\dfrac{\partial F_1}{\partial K_1}}\Bigg/\frac{r}{\beta_2\dfrac{\partial F_2}{\partial K_2}}$$

$$=\frac{\beta_2(\tilde{P})}{\beta_1(\tilde{P})}\;\frac{f_2'(k_2)}{f_1'(k_1)}$$

だからである。次に両部門の 1 人当たり産出は，

$$q_1=\beta_1(\tilde{P})f_1(k_1)l_1=\beta_1(\tilde{P})f_1(k_1)\,\frac{k-k_2}{k_1-k_2} \tag{2.11}$$

$$q_2 = \beta_2(\tilde{P})f_2(k_2)l_2 = \beta_2(\tilde{P})f_2(k_2)\frac{k_1 - k}{k_1 - k_2} \tag{2.12}$$

と表しうる。なぜなら

$$q_j = \frac{Q_j}{L} = \frac{Q_j}{L_j}\quad\frac{L_j}{L} = \beta_j(\tilde{P})f_j(k_j)l_j \tag{2.13}$$

であり，さらに資本と労働の完全雇用条件（2.4）（2.5）を

$k_1L_1 + k_2L_2 = K$

$L_1 + L_2 = L$

とおき，$k = K/L$，$l_1 = L_1/L$，$l_2 = L_2/L$ とおくと，

$$k_1l_1 + k_2l_2 = k$$
$$l_1 + l_2 = 1 \tag{2.14}$$

とかける。これを l_1，l_2 に関し解くためには係数行列式が

$$\begin{vmatrix} k_1 & k_2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

を必要とするが，とくにいかなる要素価格比 ω の下でも上式がプラスとなることを仮定する。これが宇沢の二部門モデルの仮定に対応する[5)]。

$$k_1(\omega) > k_2(\omega) \tag{2.15}$$

すなわち，いかなる要素価格比の下でも，通常商品生産部門の資本集約度が常に汚染除去活動部門の資本集約度より大であるという仮定をおく。このとき

$$l_1 = (k_1 - k)/(k_1 - k_2)$$
$$l_2 = (k - k_2)/(k_1 - k_2) \tag{2.16}$$

が得られる。この解が経済的に有意であるためには $l_1 \geqq 0$，$l_2 \geqq 0$ すなわち

$$k_2(\omega) \leqq k \leqq k_1(\omega) \tag{2.17}$$

でなくてはならない。(2.16) を (2.13) に代入すれば (2.11) (2.12) を得る。

次に 1 人当たり国民所得は次式で定まる。

$$y = pq_1 + q_2 = \beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2)[k + \omega] \tag{2.18}$$

k_2 も k も ω の関数であるから，上式は $\tilde{P}$ と ω の関数となることが分かる。

この式は以下の変形によって導出される。

$$k + \omega = \sum_{j=1}^{2} l_j(k_j + \omega)$$

5) もちろん，$k_1(\omega) < k_2(\omega)$ を想定しても，以下の議論は同様に成立する。

$$=\sum_{j=1}^{2}\frac{f_j}{f_j'}l_j \qquad ((2.9)\ より)$$

$$=\frac{f_1}{f_1'}\ \frac{k-k_2}{k_1-k_2}+\frac{f_2}{f_2'}\ \frac{k_1-k}{k_1-k_2}$$

$$=\frac{q_1/\beta_1}{f_1'}+\frac{q_2/\beta_2}{f_2'} \qquad ((2.11),\ (2.12)\ より)$$

$$=\frac{1}{f_2'}\left[\frac{f_2'}{f_1'}\cdot\frac{q_1}{\beta_1}+\frac{q_2}{\beta_2}\right]$$

$$=\frac{1}{f_2'}\left[\frac{p}{\beta_2}q_1+\frac{q_2}{\beta_2}\right]$$

$$=\frac{1}{\beta_2\ f_2'}\left[pq_1+q_2\right]=\frac{1}{\beta_2 f_2'}y$$

つぎに

$$pq_1=(1-\theta)y,\ \ q_2=\theta y \tag{2.19}$$

となる。なぜなら

$$p_1Q_1=(1-\theta)Y=(1-\theta)(p_1Q_1+p_2Q_2)$$

より両辺を p_2 で除して

$$(p_1/p_2)Q_1=(1-\theta)\{pQ_1+Q_2\}$$

さらに両辺を L で除して

$$pq_1=(1-\theta)\{pq_1+q_2\}=(1-\theta)y$$

が導かれるからである。

さて (2.9)～(2.19) の条件を整理して

$$\frac{\theta}{k_2(\omega)+\omega}+\frac{1-\theta}{k_1(\omega)+\omega}=\frac{1}{k+\omega} \tag{2.20}$$

または

$$k+\omega=\frac{[k_1(\omega)+\omega][k_2(\omega)+\omega]}{\theta[k_1(\omega)+\omega]+(1-\theta)[k_2(\omega)+\omega]} \tag{2.21}$$

という関係が言える。(付録 A 参照)

もともと ω に対し，各部門の資本集約度 k_i がきまっていたのでこの (2.20) により，任意の所与の資本集約度 k に対し，均衡要素価格比 ω が決まることが示される。

次にこの ω と k の関係が単調であることが示される。

$$Z(\omega)=k(\omega)+\omega$$

$$Z_j(\omega)=k_j(\omega)+\omega$$

とおくと（2.20）は

$$1/Z(\omega)=\theta/Z_2(\omega)+(1-\theta)/Z_1(\omega) \tag{2.22}$$

とかける。$Z(\omega)$ は（2.20）の右辺の逆数を表している。(2.22）の両辺を ω で微分して

$$-(1/Z^2)Z'(\omega)=-\frac{\theta}{Z_2^2}Z_2'(\omega)-\frac{1-\theta}{Z_1^2}Z_1'(\omega)$$

$$-Z'(\omega)\left\{\frac{\theta}{Z_2}+\frac{1-\theta}{Z_1}\right\}^2=-\frac{\theta}{Z_2^2}\cdot Z_2'-\frac{1-\theta}{Z_1^2}Z_1'$$

$$\therefore -Z'(\omega)\left\{\frac{\theta Z_1+(1-\theta)Z_2}{Z_1 Z_2}\right\}^2=\frac{-\theta Z_1^2 Z_2'-(1-\theta)Z_2^2 Z_1'}{Z_2^2 Z_1^2}$$

$$\therefore Z'(\omega)=\frac{\theta Z_1^2 Z_2'+(1-\theta)Z_2^2 Z_1'}{\{\theta Z_1+(1-\theta)Z_2\}^2}$$

ところで

$$Z_j'=dk_j/d\omega+1>1$$

ゆえに

$$Z'(\omega)>1$$

したがって $Z(\omega)=k(\omega)+\omega$ において

$$(dk/d\omega)+1=Z'(\omega)>1$$

よって

$$d\omega/dk>0 \tag{2.23}$$

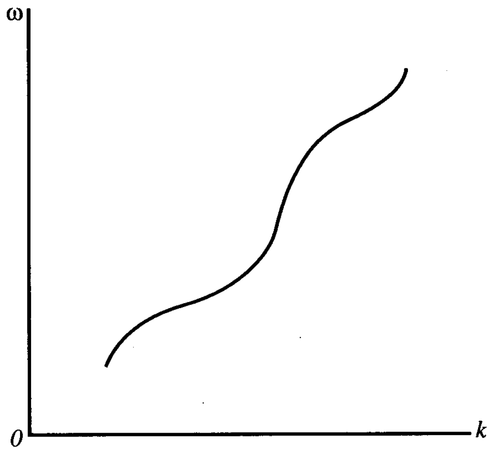

図 1

こうして，所与の k に対して均衡条件を満たす ω は一意的に決まる。

§3. 長期的均衡の決定－I

経済全体の資本蓄積の大きさは，通常商品生産部門の産出量のうち，投資財に向けられる部分 s によって規定される。そして通常商品生産部門の産出量は，所得 Y の一定割合 $1-\theta$ に与えられる。

こうして，この二部門経済の動学経路は以下の方程式体系から決まる。

$$\dot{K}(t) = s(1-\theta)Y - \delta K(t) \tag{3.1}$$

ここで δ は資本減耗率。

$$= s(1-\theta)[p_1Q_1 + p_2Q_2] - \delta K(t)$$

一方人口は

$$\dot{L}(t) = vL(t) \tag{3.2}$$

で変化する。v は人口成長率。

(3.1) (3.2) より

$$\dot{k}/k = (\dot{K}/K) - (\dot{L}/L)$$
$$= \{s(1-\theta)[p_1Q_1 + Q_2]\}/K - \delta - v$$
$$= \{s(1-\theta)[pq_1 + q_2]\}/k - n$$
$$= \{s(1-\theta)y/k\} - n$$

ここで $n = v + \delta$

しかるに (2.18)の 1 人当たり産出の表現式を代入して

$$\dot{k}/k = s(1-\theta)\beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2)\{(k+\omega)/k\} - n \tag{3.3}$$

をうる。右辺が $\tilde{P}$ と ω で表示されるが，ω と k の間に図－1 の関係があるので，右辺は $\tilde{P}$ と k のみの関数となる。こうして $\dot{k}=0$ となる長期均衡状態では

$$s(1-\theta)\beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2^*)\{(k^* + \omega^*)/k^*\} = n$$
$$k_2^* = k_2(\omega^*)$$
$$k^* = k(\omega^*) \tag{3.4}$$

が成立しなければならない。ただし (3.4) の最後の関係は図－1 で示されるもの。

ここで $\tilde{P}$ を所与としたとき，(3.4) を満たす ω^*，k^* は一定に決まることが分かる。各部門の資本集約度 k_j は，要素価格比 ω の関数であった ((2.9)参照) ので，$k_j(\omega)$，$k(\omega)$ と書ける。従って所与の n に対し (3.4) の第 1 式を満たす ω が一意に確定することを示せばよい。

$$\phi(\omega) \equiv f_2'(k_2(\omega))\{[k(\omega)+\omega]/k(\omega)\}$$
$$= \{f_2(k_2(\omega))/[\omega + k_2(\omega)]\}$$
$$\cdot\{[k(\omega)+\omega]/k(\omega)\} \tag{3.5}$$

とおく。両辺の対数微分を行って，

$$\frac{1}{\phi(\omega)}\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}=\frac{f_2'}{f_2}k_2'(\omega)-\frac{1+k_2'(\omega)}{\omega+k_2(\omega)}$$

$$+\frac{k'(\omega)+1}{k(\omega)+\omega}-\frac{k'(\omega)}{k(\omega)}$$

第 1 項を（2.9）を使って変形して

$$=\{k_2'(\omega)-1-k_2'(\omega)\}/(\omega+k_2(\omega))$$
$$+\{1/(k(\omega)+\omega)\}$$
$$+\{[1/(k(\omega)+\omega)]-(1/k(\omega))\}\,k'(\omega)$$
$$=-\{1/(k_2(\omega)+\omega)\}+\{1/(k(\omega)+\omega)\}$$
$$+\{1/(k(\omega)+\omega)-1/k(\omega)\}\,k'(\omega)$$

(2.17) より第 1 項と 2 項の和はマイナスゆえこの式は

$$<0$$

よって $\partial\phi(\omega)/\partial\omega<0$

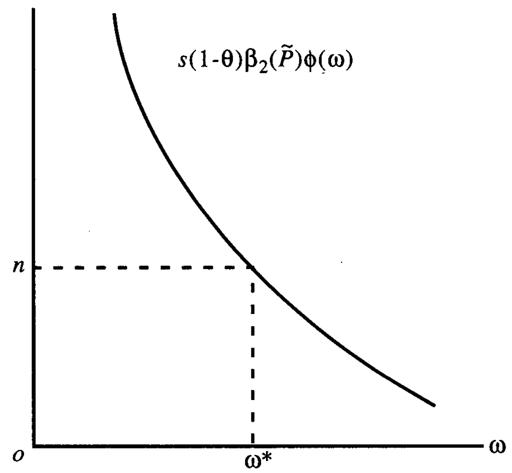

図 2

さらに ϕ（ω）は $\omega\to 0$ のとき ∞，$\omega\to\infty$ のとき 0 だから（付録 B 参照），$\tilde{P}$を所与とすると（3.4）を満たす ω^* は一意に決まる。

こうして，資本労働比 $k(t)=K(t)/L(t)$ は1人当たり汚染ストック $\tilde{P}$ を所与としたとき，一意に決まる均斉的資本ー労働比 k^* に漸近収束することが分かる。(図ー3 参照)

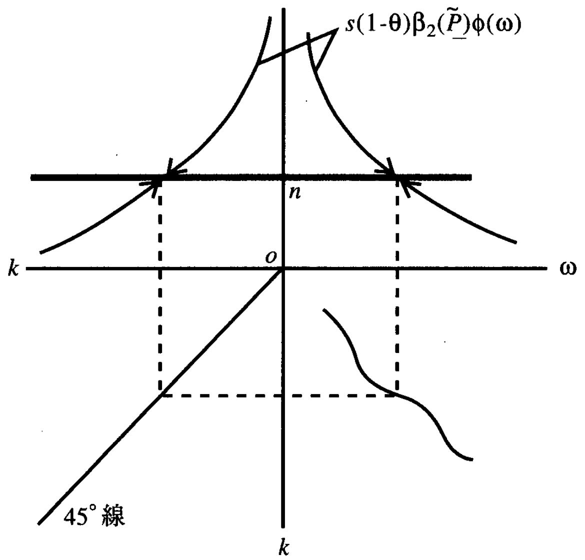

図3

ただし，ここで1人当たり汚染ストック $\tilde{P}$ の値についての決定が残されている。この $\tilde{P}$ の挙動と合わせての k の挙動の分析は，次節の課題である。

§4.　長期均衡の決定Ⅱ

長期均衡を求めるために必要なもう一つの方程式は，1人当たり汚染ストック $\tilde{P}$ の動学方程式である。汚染ストックの絶対量 P は，商品生産活動によって生み出される。これは商品生産水準 Q_1 に正比例するが，汚染量の単位を，商品生産1単位が生み出す汚染量にとっておくと，Q_1 が汚染排出量を示す。

次に汚染除去活動によって減少させられる汚染物質，または純化される汚染物質が，汚染除去部門の生産水準に比例するとしよう。ここでも汚染除去部門の活動水準1単位を，それが除去する汚染物質1単位分によって測定することにすると，Q_2 が単位時間に除去される汚染量である。さらに，汚染物質の α（×100）％が単位時間に自然の浄化作用によって純化されるとすれば，汚染ストックの変化量 P を与える動学方程式は次のようになる。

$$\dot{P}=Q_1-Q_2-\alpha P \tag{4.1}$$

さて $Q_1=(1-\theta)Y/p_1$ であったので，

$$Q_1=\{(1-\theta)/p_1\}Ly$$

$$=\{(1-\theta)/p\}L\beta_2(\tilde{P})f_2'[k+\omega]$$

つぎに $Q_2=\theta Y/p_2=\theta Y$ であったので，

$$Q_2=\theta L\beta_2(\tilde{P})f_2'[k+\omega]$$

と表せる。これらを（4.1）に代入し，

$$\dot{P}=\beta_2(\tilde{P})f_2'[k+\omega]L\{[(1-\theta)/p]-\theta\}-\alpha P \tag{4.2}$$

を得る。1 人当たり汚染量 $\tilde{P}=P/L$ になおすため，

$$(P\dot{/}L)=(\dot{P}/L)-(P/L)(\dot{L}/L)=(\dot{P}/L)-\tilde{P}v \tag{4.3}$$

の関係を使って（4.2）を代入すれば，

$$\dot{\tilde{P}}=\beta_2(\tilde{P})f_2'[k+\omega]\{[(1-\theta)/p]-\theta\}-n\tilde{P} \tag{4.4}$$

ただし，$n=\alpha+v$。

ここで ω は k の関数であった。p は(2.10)より $\tilde{P}$ と k_i の関数であるが，k_i が ω の関数，ω が k の関数であるので，p は $\tilde{P}$ と k の関数ということがわかる。こうして(4.4)の右辺は $\tilde{P}$ と k の関数になる。

前節の（3.3）と上に得た（4.4）がモデルの変数 k，$\tilde{P}$ を与える動学方程式である。なぜなら $k_2(\omega(k))$，$\omega(k)$ がいずれも集計的資本―労働比 k の関数と示されるので，（3.3）と（4.4）には k と $\tilde{P}$ しか未知数は含まれていないからである。ただし（4.4）の $p(\tilde{P},k)$ の動きを決める方程式が明らかでないので，これについて検討しておく。

$$\begin{aligned}p&=p(\tilde{P},\ k)\\&=\{\beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2(k))\}/\{\beta_1(\tilde{P})f_1'(k_1(k))\}\\&=\{\beta_2(\tilde{P})/\beta_1(\tilde{P})\}\{f_2[\omega+k_1]/f_1[\omega+k_2]\}\end{aligned} \tag{4.5}$$

であったので，両辺に対数微分を施すと，

$$\begin{aligned}d\log p/dt&=\frac{d\log\beta_2}{d\beta_2}\frac{d\beta_2}{d\tilde{P}}\dot{\tilde{P}}-\frac{d\log\beta_1}{d\beta_1}\frac{d\beta_1}{d\tilde{P}}\cdot\dot{\tilde{P}}\\&\quad+\frac{d\log f_2}{df_2}\frac{df_2}{dk_2}\frac{dk_2}{d\omega}\dot{\omega}-\frac{d\log f_1}{df_1}\frac{df_1}{dk_1}\frac{dk_1}{d\omega}\dot{\omega}\\&\quad+\frac{1+\dfrac{dk_1}{d\omega}}{\omega+k_1}\dot{\omega}-\frac{1+\dfrac{dk_2}{d\omega}}{\omega+k_2}\dot{\omega}\\&=\eta_{\beta_2\tilde{P}}\frac{\dot{\tilde{P}}}{\tilde{P}}-\eta_{\beta_1\tilde{P}}\frac{\dot{\tilde{P}}}{\tilde{P}}\\&\quad+\frac{f_2'}{f_2}k_2'\dot{\omega}-\frac{f_1'}{f_1}k_1'\dot{\omega}+\frac{1+k_1'}{\omega+k_1}\dot{\omega}-\frac{1+k_2'}{\omega+k_2}\dot{\omega}\end{aligned}$$

なぜなら

$$\eta_{\beta j\tilde{P}}=(d\beta_j/d\tilde{P})(\tilde{P}/\beta_j)$$

であったから。また

$$(f_j'/f_j)k_j'\dot{\omega}=\{1/(\omega+k_j)\}k_j'\dot{\omega}$$

こうして

$$\dot{p}/p = [\eta_{\beta 2\tilde{P}} - \eta_{\beta 1\tilde{P}}]\,(\dot{\tilde{P}}/\tilde{P}) + [1/(\omega + k_1) - 1/(\omega + k_2)]\,\dot{\omega} \tag{4.6}$$

をうる。第 2 項は $\dot{\omega} = \omega'(k)\,\dot{k}$ と示せるので（4.6）は集計的資本労働比の変化 $\dot{k}$ と汚染ストックの変化 $\dot{\tilde{P}}$ が与えられたときの，価格の変化 $\dot{p}$ を示す方程式が得られたことになる。

こうして，我々のモデルの動学方程式は次の 3 つから成る。

$$\dot{k} = s(1-\theta)\beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2(k))\,[k + \omega(k)] - nk \tag{3.3}$$

$$\dot{\tilde{P}} = \beta_2(\tilde{P})f_2'(k_2(k))\,[k + \omega(k)]\,[(1-\theta)/p - \theta] - n\tilde{P} \tag{4.4}$$

$$\dot{p}/p = [\eta_{\beta 2\tilde{P}} - \eta_{\beta 1\tilde{P}}]\,(\dot{\tilde{P}}/\tilde{P}) + [1/(\omega + k_1) - 1/(\omega + k_2)]\,\omega'\dot{k} \tag{4.6$'$}$$

この 3 つの方程式は k，$\tilde{P}$，p に関し閉じている。しかしながら 3 次元の位相図を描くのは複雑すぎるので，（3.3）と（4.4）の連立方程式を中心に考えていくことにしよう。

その際（4.4）に含まれる相対価格 $p\,(\tilde{P}, k)$ の動きを確定してお必要がある。(4.6)′より二つのケースに分けて考える。

$$[\mathrm{A}] \quad \eta_{\beta 2\tilde{P}} < \eta_{\beta 1\tilde{P}} \tag{4.7}$$

すなわち，商品生産部門の方が，汚染防止活動より生産性の低下が大きい場合。

$$[\mathrm{B}] \quad \eta_{\beta 2\tilde{P}} > \eta_{\beta 1\tilde{P}} \tag{4.8}$$

その逆のケースである。

(4.6)′の第 2 項の［ ］内は，宇沢の資本集約度の仮定より常にマイナスである。そして $\omega'(k) > 0$ であった。したがって［A］のケースでは

$\dot{\tilde{P}} > 0$，$\dot{k} > 0$ なら $\dot{p} < 0$

$\dot{\tilde{P}} < 0$，$\dot{k} < 0$ なら $\dot{p} > 0$

が言える。その他の場合は $\dot{p}$ の符号は確定できない。次に［B］のケースでは

$\dot{\tilde{P}} > 0$，$\dot{k} < 0$ なら $\dot{p} > 0$

$\dot{\tilde{P}} < 0$，$\dot{k} > 0$ なら $\dot{p} < 0$

が言える。こうして（k, $\tilde{P}$）平面上の k や $\tilde{P}$ の動きがどうであるかが分かると，p の動きが分かる。

以上の準備の下，いよいよ（k, $\tilde{P}$）平面の位相図分析に向かう。(3.3) より $\dot{k} = 0$ は以下のとき成立する。

$$s(1-\theta)\beta_2(\tilde{P}) = nk/\{f_2'\,[k + \omega(k)]\} \tag{4.9}$$

$d\beta_2/d\tilde{P} < 0$ であったので，上式を解いて，

$$\tilde{P} = \beta_2^{-1}\left[\frac{n}{s(1-\theta)}\,\frac{k}{f_2'[k + \omega(k)]}\right] \equiv g(k)$$

なら $\dot{k} = 0$ になることが言える。さらに

$$\tilde{P} \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} g(k) \text{ のとき } \dot{k} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \tag{4.10}$$

という関係が成立する。つぎに（4.4）より $\dot{\tilde{P}}=0$ は以下のとき成立する。

$$h(\tilde{P}) \equiv \beta_2(\tilde{P})/\tilde{P} = (\alpha+\nu)/\{f_2'[k+\omega(k)]\,[(1-\theta)/p-\theta]\}$$

$dh/d\tilde{P}<0$ であったので，$\tilde{P}$ について解くことができて

$$\tilde{P} = h^{-1}[(\alpha+\nu)/\{f_2'[k+\omega(k)]\,[(1-\theta)/p-\theta]\}]$$
$$\equiv i(k) \tag{4.11}$$

のとき $\dot{\tilde{P}}=0$ となる。

さらに $(1-\theta)/p-\theta>0$ なら

$$\tilde{P} \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} i(k) \text{ のとき } \dot{\tilde{P}} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \tag{4.12}$$

という関係が成立する。$(1-\theta)/p-\theta<0$ なら（4.4）より，常に $\dot{\tilde{P}}<0$ となる。

さて $g(k)$ の $(k, \tilde{P})$ 平面上の形状をみよう。このため $g(k)$ を k で微分する。しかし，$g(k)$ の右辺をまず ω で微分し，しかるのちに $d\omega/dk$ を行うことで，この微分の計算をしよう。以下 $g(k)$ の中の定数部分を除いて示す。さて $k/\{f_2'[k+\omega]\} = [(\omega+k_2)/f_2]\,[k/(k+\omega)]$ のみを ω で微分して，

$$g' = (\beta_2^{-1})' \frac{[(1+k_2')k+(\omega+k_2)k']f_2[k+\omega]-(\omega+k_2)k\{f_2'[k+\omega]+f_2[k'+1]\}}{\{f_2[k+\omega]\}^2}\,\omega'(k)$$

$$=(\beta_2^{-1})' \cdot \frac{f_2[(k_2+\omega)(k'\omega-k+(\omega+k)kk_2']\cdot\omega'(k)}{\{f_2[k+\omega]\}^2}<0 \tag{4.13}$$

なぜなら k_2', k', ω' はすべて正。両部門の代替弾力性が 1 より大，すなわち $k_j'\omega-k_j>1$ のとき，$k'\omega-k>1$ となり，$(\beta_2^{-1})'$ が負であるからである。

つぎに，$\dot{\tilde{P}}=0$ を決める曲線 $i(k)$ の形状をみるため，この式を微分する。ここで $k_2+\omega=f_2/f_2'$ であったので，$f_2'=f_2/[k_2+\omega]$

これを使って

$$i(k) = h^{-1}\left[(\alpha+\nu)\frac{k_2+\omega}{f_2[k+\omega]\left[\dfrac{1-\theta}{p}-\theta\right]}\right]$$

と示せる。$i(k)$ の k に関する微分を求めるとき，まず ω で微分し，しかるのちに ω を k で微分するという手順に従う。定数部分 $\alpha+\nu$ を除いて示すと，

$$i'(k)=(h^{-1})'\cdot\left\{(k_2'+1)f_2[k+\omega]\left[\frac{1-\theta}{p}-\theta\right]\right.$$
$$-(k_2+\omega)\left\{f_2'[k+\omega]\left[\frac{1-\theta}{p}-\theta\right]+f_2[k'+1]\left[\frac{1-\theta}{p}-\theta\right]\right.$$
$$\left.\left.+f_2[k+\omega]\left(-\frac{(1-\theta)p'}{p^2}\right)\right\}\right\}\Big/\left\{f_2[k+\omega]\left[\frac{1-\theta}{p}-\theta\right]\right\}^2 \qquad (4.14)$$

$i'(k)$ の符号の決定は分子の部分に支配される。それゆえ

$$[(1-\theta)/p-\theta]f_2[(k+\omega)k_2'-(k'+1)]$$
$$+f_2[k_2+\omega][k+\omega]\{(1-\theta)p'/p^2\}>0$$

なら $i'(k)<0$（逆は逆）となるのでつぎの関係が成り立つ。$p<(1-\theta)/\theta$ のとき

$$-(1-\theta)p'/\{p[(1-\theta)-p\theta]\}\begin{Bmatrix}<\\>\end{Bmatrix}\frac{[k+\omega]k_2'-(k'+1)}{[k_2+\omega][k+\omega]} \quad \text{なら} \quad i'(k)\begin{Bmatrix}<\\>\end{Bmatrix}0 \qquad \begin{matrix}(4.15)\\(4.15)'\end{matrix}$$

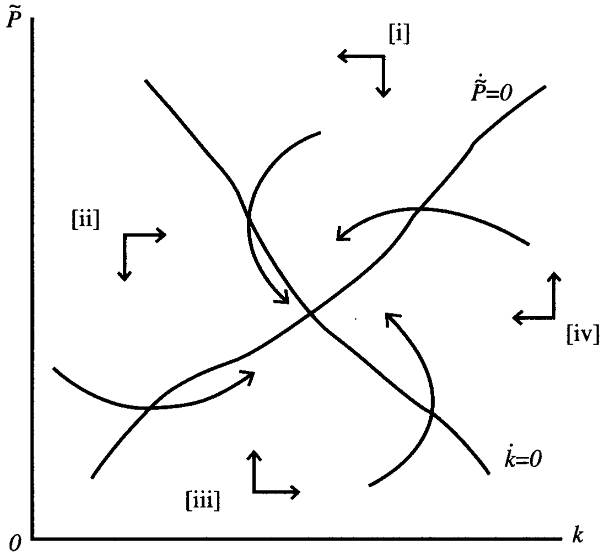

図 4

となる。

こうして $(k, \tilde{P})$ 平面に $\dot{\tilde{P}}=0$, $\dot{k}=0$ 曲線を描くと，(a)～(d) の 4 ケースに分かれる。

(a) $p<(1-\theta)/\theta$ かつ (4.15)′ のとき

となり (4.9) (4.11) の交点で与えられる均衡点は安定である。(図－4)

(b) $p<(1-\theta)/\theta$ かつ (4.15) のとき

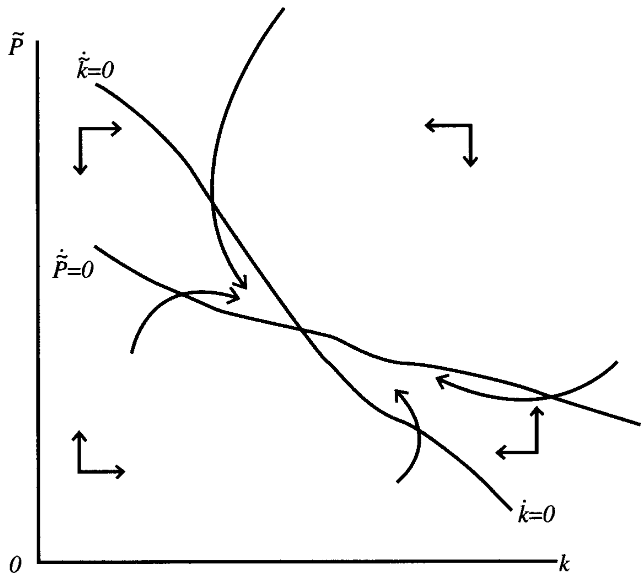

図 5

(4.9) (4.11) の交点が存在し，均衡点は安定である。(図－5)

(c) $p<(1-\theta)/\theta$ かつ (4.15) のもう一つのケース

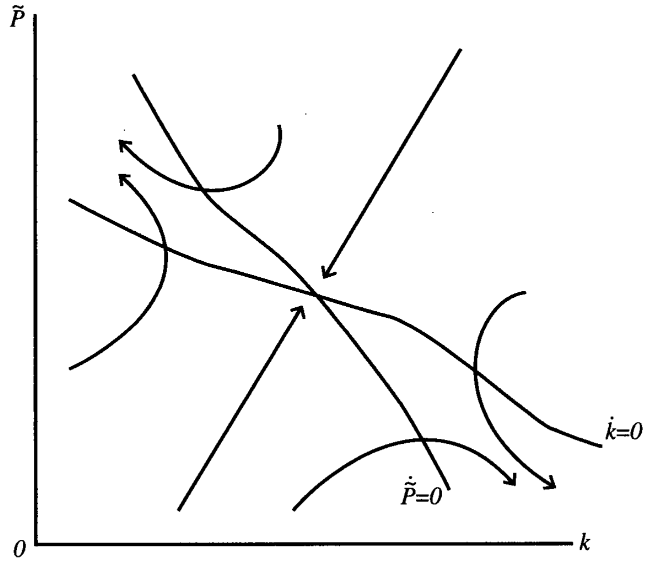

図 6

(4.9) (4.11)の交点が存在し，均衡点は鞍点である。したがって，鞍点的安定性が成立する。(図－6)

(d) $p>(1-\theta)/\theta$ のとき

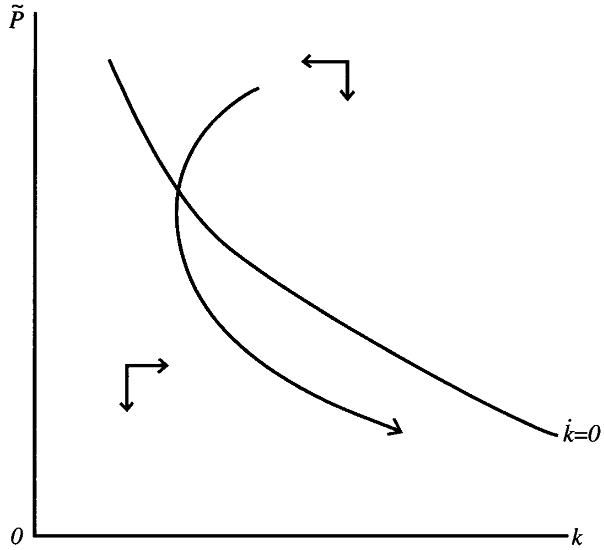

図 7

この場合は汚染ストック $\tilde{P}$ は常に下落を続け，集計的資本ー労働比 k は最初低下をするが，やがて反転上昇を始め，以後上昇を続ける（図－7)。

ところで $\dot{k}=0$ と $\dot{\tilde{P}}=0$ の交点が正象限で存在するためには，(4.9) より

$$\beta_2(\tilde{P})=\{n/[s(1-\theta)]\}\{k/[f_2'[k+\omega]\}$$

(4.11) の直上の式より

$$\beta_2(\tilde{P})=(\alpha+\nu)\tilde{P}/\{f_2'[k+\omega][(1-\theta)/p-\theta]\}$$

であり，両者がプラスで等しくなくてはならない。それゆえ

$$\tilde{P}/k=n[(1-\theta)/p-\theta]/[s(1-\theta)(\alpha+\nu)]>0 \tag{4.16}$$

とならねばならない。そのために $\dfrac{1-\theta}{p}>\theta$ すなわち $\dfrac{1-\theta}{\theta}>p$ でなければならない。このとき，$\dot{\tilde{P}}=0$，$\dot{k}=0$ の交点は，(c) のケース以外で定常均衡となる。(c) のケースは鞍点的安定性が成立する。

ところで，動学方程式 (3.3) (4.4) に均衡点が存在し続けるためには，(4.11) (4.9) の交点が (k. $\tilde{P}$) 平面の正象限に留まり続けなければならない。

ところが交点が存在するための条件は $p<(1-\theta)/\theta$ であった。$p>(1-\theta)/\theta$ なら，一時的に (k, $\tilde{P}$) 平面の正象限に留まっても，(d) のケースの位相図が示すように，やがて軌道が正象限から飛び出す可能性がある。しかるに相対価格 p の挙動は，[A]，[B] のケースでは確定できる。したがって，位相図の (a)～(d) のケースについて，そのケースが維持されて軌道が均衡点に到るか否かは，$\dot{p}$ の動きを左右する $\dot{k}$, $\dot{\tilde{P}}$ の符号によることになる。

たとえば，もし当初 $p<(1-\theta)/\theta$ であって，以後 $\dot{p}<0$ なら，そのシステムが維持され続け

るので，軌道の永続性が確認される。

(a) ケースでは

[A] が成り立つ，すなわち，商品生産部門の方が汚染除去部門より，汚染による生産低下が著しいなら，$\dot{\tilde{P}}>0$, $\dot{k}>0$ のとき $\dot{p}<0$，そして $\dot{\tilde{P}}<0$, $\dot{k}<0$ のとき $\dot{p}>0$ が確定される。前者の場合は $p<(1-\theta)/\theta$ であり続けるが，後者の場合 $p>(1-\theta)/\theta$ になり (d) ケースに切り替わる可能性がある。したがって [iii] 象限にある軌道はそのまま維持されるが，[i] 象限の軌道は途中でケース (d) に切り替わる可能性がある。

[B] が成り立つ $\eta_{\beta 2\tilde{P}}>\eta_{\beta 1\tilde{P}}$ のケースでは，軌道が [ii] 象限にあるとき，$\dot{\tilde{P}}<0$, $\dot{k}>0$ のとき $\dot{p}<0$ だから $p<(1-\theta)/\theta$ のままにとどまる。反対に [iv] 象限にあるとき $\dot{p}>0$ だから $p>(1-\theta)/\theta$ に切り替わる可能性がある。

こうして (a) のケースでは，[iii] 象限が [A] のとき，そして [ii] 象限が [B] のとき永続的であるといえる。

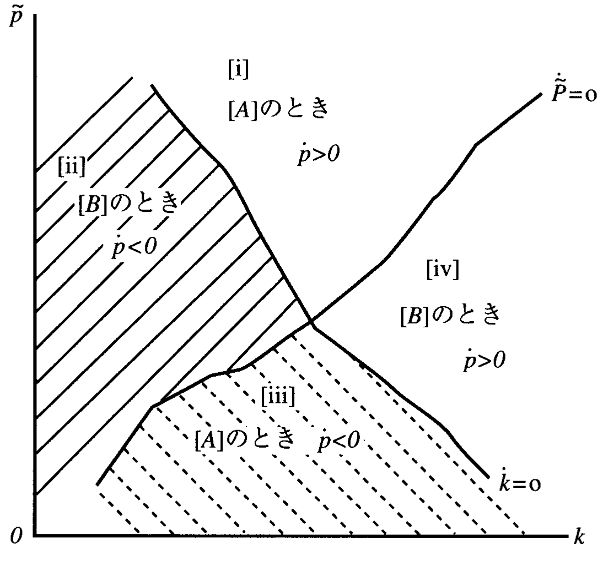

図 8

同じようにケース (b) を検討して [A] のとき [iii] 象限が永続的，[B] のとき [ii] 象限が永続的である。(図－9)

ケース (c) のとき [A] のとき [iii] 象限が安定的でただ一つの解がある。(図－10)

ケース (d) のとき $\dot{k}=0$ の右上が安定的であるが左下は，一時的である。

この場合も $\dot{p}<0$ だから，いずれ $p<(1-\theta)/\theta$ に切り替わり，ケース (a)～(c) のいずれかに switch される可能性がある。

こうして次の命題を得る。

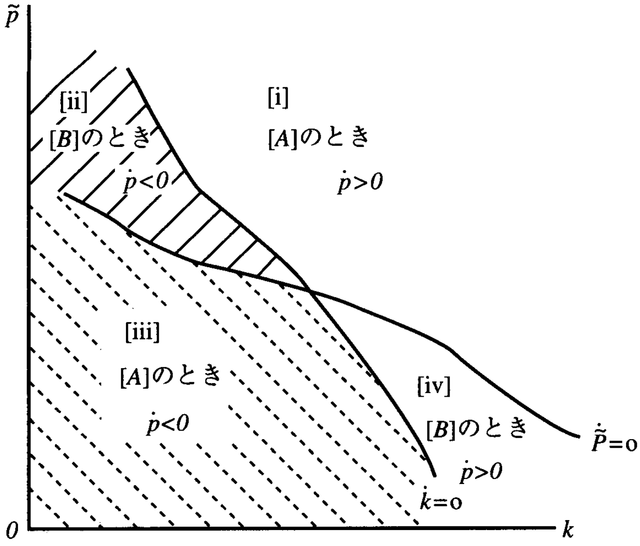

図 9

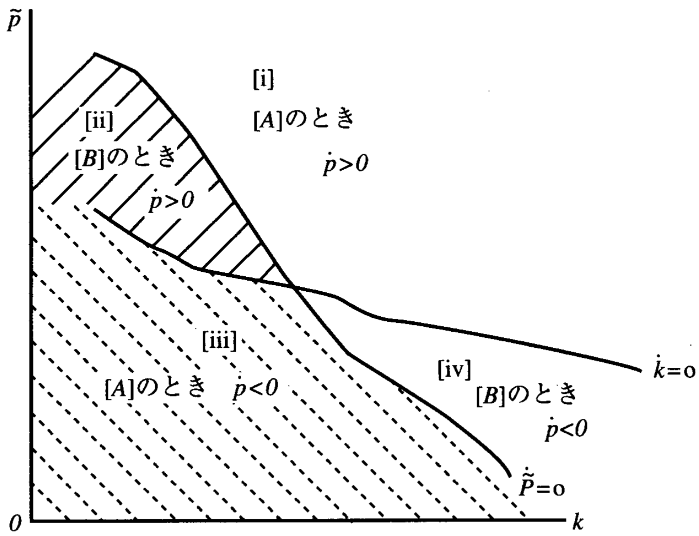

図 10

命題：

(i) 初期点 k_0，$\tilde{P}_0$ が $\dot{k}=0$ 線の下方にあり，かつ $\dot{\tilde{P}}=0$ 線の下方にあれば，［A］商品生産部門が汚染除去部門より，汚染ストックによる生産性低下の弾力性が大きいとき，ケース (d) から (a) または (b) または (c) にスイッチされるので，k も $\tilde{P}$ も増大させながら定常点に近づく。

(ii) k_0，$\tilde{P}_0$ が $\dot{k}=0$ 線の下方かつ $\dot{\tilde{P}}=0$ 線の上方にあれば，［B］汚染除去部門が商品生産部門より汚染ストックによる生産性低下弾力性が高いとき，ケース (d) → (a) (b) へのスイッ

チを経由して，kは上昇，$\tilde{P}$は低下させながら定常状態に近づく。

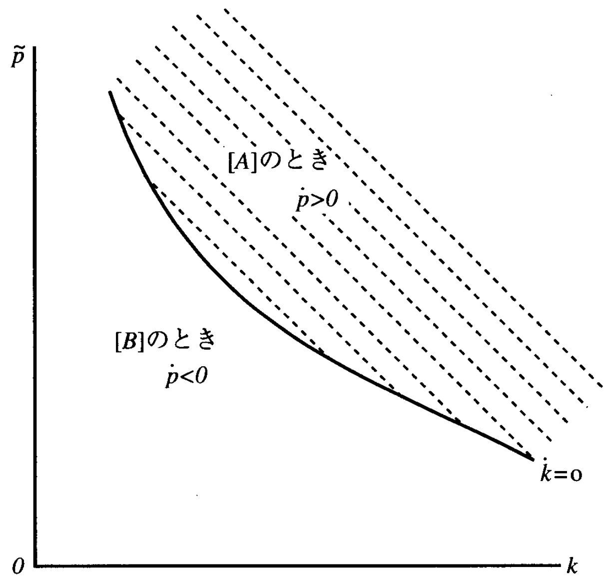

図 11

よって，(i)のような低汚染型経済では，長期均衡に収束するためには，汚染除去部門の汚染ストックによる生産弾力性が小さくなればよい。このとき，1 人当り汚染水準と 1 人当り資本を共に増大させつつ定常状態に近付く。(ii) のような高汚染型経済では，商品生産部門の汚染ストックによる生産弾力性が小さくなっているということが，市場経済が長期持続的均衡に収束する条件である。このとき 1 人当り汚染水準も，1 人当り資本ストックも減少させつつ定常状態に近付く。

§5. 定常均衡の性質

最後に汚染除去活動への生産配分割合 θ が変化したときの，短期均衡解の変化をみる。

このためには (2.22) をθで微分して，θ の変化の ω に与える影響をみることで分かる。k を所与として (2.22) をθ で微分して

$$\left\{-\frac{\theta}{Z_2^2}Z_2'(\omega)-\frac{1-\theta}{Z_1^2}Z_1'(\omega)\right\}\frac{d\omega}{d\theta}+\frac{1}{Z_2}-\frac{1}{Z_1}=-\frac{Z'(\omega)}{Z^2}\frac{d\omega}{d\theta}$$

$$\therefore \frac{d\omega}{d\theta}=\frac{\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}}{\left[\theta\dfrac{Z_2'}{Z_2^2}+(1-\theta)\dfrac{Z_1'}{Z_1^2}-\dfrac{1}{Z^2}\right]}$$

(2.20)より $1/Z^2=[\theta/Z_2+(1-\theta)/Z_1]^2$ であり，さらに $Z_2'>1$，$Z_1'>1$，そして $k_1(\omega)>k_2(\omega)$ なら，

$$Z_1=k_1(\omega)+\omega>k_2(\omega)+\omega=Z_2$$

よって $1/Z_2>1/Z_1$ より

$$0<\frac{d\omega}{d\theta}<\frac{\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}}{\left[\dfrac{\theta}{Z_2^2}+\dfrac{1-\theta}{Z_1^2}-\dfrac{1}{Z^2}\right]}$$

$$=\frac{\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}}{\dfrac{\theta(1-\theta)}{Z_2^2}+\dfrac{(1-\theta)\theta}{Z_1^2}-2\theta(1-\theta)\dfrac{1}{Z_2\,Z_1}}$$

$$=\frac{\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}}{\theta(1-\theta)\left\{\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{\theta(1-\theta)\left(\dfrac{1}{Z_2}-\dfrac{1}{Z_1}\right)}$$

こうして k が所与のとき θ が高くなると，賃金・レンタル比率 ω も高くなる。図－1の右上り曲線は上方シフトする。また $dp/d\omega>0$ だから p も高くなる。すなわち，商品価格が汚染除去部門価格より相対的に高くなる。

したがって，θ が高いと，k の値が所与のとき，(4.16) より，長期均衡では，$\tilde{P}$ は低くなることが分かる。こうして以下の命題を得る。

命題

国民総生産における汚染除去部門のウエイト θ が高い経済での長期市場均衡では，一人当たり汚染ストックは低い水準となる。

§. 結　び

本稿では，環境汚染の生産性削減効果と汚染除去部門を含むソロー，宇沢型二部門経済成長モデルを展開し，その短期均衡，長期均衡の存在と性質についてみてきた。

このことにより，「はじめに」で述べてきたような，環境汚染の生産性低下効果と汚染除去活動が取られることによる，汚染物質の減少並びに生産の拡大効果の２つがバランスして，ある種の環境保全型社会の達成が可能か否かについてみることができる。

結果的には，所与の汚染除去活動への生産配分率 θ と貯蓄率 s の下において，長期競争均衡の可能性が導き出された。

本稿に残された問題としては，第一に Gottinger［1］の導入したように，汚染の人口成長率に対するマイナス効果や，固定資本減耗加速効果をモデルに取り入れること，第二に我々が通常二部門成長モデルの展開に際しておいた，資本集約度条件——通常の商品生産部門の方が，汚染除去部門より資本集約的——を変更した場合の結果はどうであるかについての検討，第三に貯蓄率 s や汚染除去活動ウェイト比率 θ は外生的に所与の値としているので，これを最適な値にコントロールしたときの均衡の存否と，その性質の検討などが残された問題になる。

さらに，本稿のモデルにおいても，両部門の汚染に基づく生産性低下の弾力性 $\eta_{\beta_i \tilde{P}}$ がある特定の条件を満たすときに，均衡への収束が言えたにすぎない。より一般的長期均衡の存在条件を確認することが必要となろう。

付録 A

(2.20)（2.21）の導出は以下のようである。まず次の関数に注目する。

$$\frac{1}{\theta}\,\beta_2(\tilde{P})\,f_2\,l_2 = \frac{q_2}{\theta} = \beta_2\,f_2'[k+\omega] \tag{A.1}$$

$$\frac{1}{1-\theta}\,\frac{\beta_2\,f_2'}{\beta_1\,f_1'}\,\beta_1\,f_1\,l_1 = \frac{pq_1}{1-\theta} = \beta_2\,f_2'[k+\omega] \tag{A.2}$$

最後の等式は（2.19）と（2.18）による。

(A.1) より

$$l_2 = \{f_2'/f_2\}\,\theta\,[k+\omega]$$

(A.2) より

$$l_1 = \{f_1'/f_1\}\,(1-\theta)\,[k+\omega]$$

すなわち，汚染除去部門への国民所得配分率により各部門への生産割当が決まる。上式の辺々加えて

$$1 = l_1 + l_2 = [k+\omega]\,\{\theta(f_2'/f_2) + (1-\theta)(f_1'/f_1)\}$$

$$= [k+\omega]\,\{\theta/(k_2+\omega) + (1-\theta)/(k_1+\omega)\}$$

よって $1/(k+\omega) = \theta/(k_2+\omega) + (1-\theta)/(k_1+\omega)$

付録 B

(3.5) の関数 $\phi(\omega)$ は $\tilde{P}$ を所与としたとき,

$$\lim_{\omega \to 0} \phi(\omega) = \infty$$

$$\lim_{\omega \to \infty} \phi(\omega) = 0$$

となることを示す。

$$\phi(\omega) = [f_2(k_2(\omega))\,(k(\omega) + \omega)] / [\{\omega + k_2(\omega)\}\,k(\omega)]$$

(2.21) より

$$= \frac{f_2(k_2(\omega))[k_1(\omega)+\omega]}{\{\theta[k_1(\omega)+\omega]+(1-\theta)[k_2(\omega)+\omega]\}k(\omega)}$$

$$= \frac{f_2[k_2(\omega)]}{k\left\{\theta+(1-\theta)\dfrac{k_2(\omega)+\omega}{k_1(\omega)+\omega}\right\}}$$

$$< (1/\theta)\{f_2(k_2(\omega))\}/k_2(\omega)$$

$k > k_2$ より。右辺の式は $\omega \to \infty$ のとき $\to 0$。

参 考 文 献

[1] Gottinger, H. W., Global Environmental Economics. Kluwer Academic Publishers. 1998

[2] Uzawa, H., "On a Two-Sector Model of Economic Growth", Review of Economic Studies, 29. 1961

[3] Uzawa, H., "On a Two-Sector Model of Economic Growth, II", Review of Economic Studies, 30. 1963

[4] 宇沢弘文『経済解析基礎編』岩波書店 1990