

副生産物の輸出とある純粹交換経済における 1 考察*

小 川 健

(受付 2012 年 5 月 31 日)

あ ら ま し

本論文では 2 国 2 財の経済における副生産物の輸出について扱い、どの国がどの財を輸出にするかに関する条件を導出する。また、この条件を一般の n 国小国・ n 財における純粹交換経済の場合に拡張し、各々の国が異なる特定の財を輸出できる価格体系が存在する必要・十分条件を、ホーキンス・サイモンの定理を利用して導く。

キーワード 副生産物, 純粹交換経済, ホーキンス・サイモンの定理

1. は じ め に

自由な貿易を行う下では、各国は主要な生産物こそ輸出すると思われがちである。本論文ではこの常識に問題設定をあて、各国が副生産物を輸出する場合が存在することを単純な 2 国 2 財のモデルにおいて例示をする。その上で各国がどのような財を輸出する貿易体制が成立するかについての条件を 2 国 2 財において示す。さらにはこの分析を一般の n 国小国・ n 財における純粹交換経済の場合に拡張し、各々の国が異なる特定の財を輸出できる価格体系が存在する必要・十分条件を導出する。

ところで副生産物とは 1 つの生産方法で多くの財が作られる結合生産において登場する。製造業・農業・環境方面を中心として結合生産は、現代では欠かせなくなっている。畜産業における堆肥の利用はその最たる例である。また、稲わら・麦わらなどからのバイオエタノールの精製も始まっていて、穀物の食用部分から作られるバイオエタノールと同じ財として扱われつつある。OECD (2001) では、農業の多面的機能の 1 つとして結合生産を取り上げるに至っている。さらに製造業に至っては、戒能 (2012) が p. 343 で指摘しているように単一

* 本稿は筆者の博士論文の公開審査の過程で、当時の副指導教員であった花蘭誠准教授 (名古屋大学) より頂いたコメントを基に着想したものです。博士論文が書ける段階まで御指導頂いた多和田眞教授 (名古屋大学)、コメントを頂いた花蘭誠准教授、私の博士論文の審査に携わって頂いた奥村隆平教授 (当時: 名古屋大学, 現: 金城学院大学) にこの場を借りて感謝致します。また、本研究は科研費若手研究 (B) (課題番号: 24730206) の助成を受けたものです。なお、本稿にありうるべき誤りは全て筆者に帰します。

の製品を製造している例は希であり、結合生産は欠かせないものになっている。例えば戒能(2012)によると、殆どの一貫製鉄所においては次のことが知られている。鉄鋼業の鉄鋼製品以外にも、窯業土石工業の кокс などや、化学工業の コールタール 化成品の 3 業種に該当する事業を実施し何種類もの品目を同時に産出する。これら結合生産の貿易は、理論的にはまだまだ未解明な部分を数多く含んでいる。

結合生産の入った貿易モデルについては、伝統的にはヘクシャー＝オリーンのモデルを拡張して分析されることが多く、先駆的な研究だけでも Chang et al. (1980), Uekawa (1984) など数多くの分析が存在する。反面、リカード・モデルに結合生産を取り入れた貿易モデルの研究は、Koopmans (1951) などのアクティビティ・アナリシスで古くからその方法は示されているものの、実際に行われた研究は小川(2011)など比較的新しい。

そのリカード・モデルにおいては Jones (1961) 以来、どの国がどの財を生産すべきかについて示す効率的な特化パターンの決定を行う条件が重視され、効率的な特化パターンを導く必要・十分条件はホーキンス・サイモンの定理を利用して導かれる。しかし小川(2011)によると、結合生産が入るだけで 3 国 3 財以上では、生産面に関する条件だけでは (1) どの国がどの生産プロセスを用いて生産すべきかを示す効率的な特化パターンは一意に決まらないこと、(2) 効率的な特化パターンの決定における条件を導く上でホーキンス・サイモンの定理では必要・十分な条件を導けないことが知られている。

さてリカード・モデルにおける効率的な特化パターンの分析は本来、貿易パターンを決めるために行われる。そのため、副生産物が存在する結合生産では特化パターンとは別に、貿易パターンの決定に関しても分析の必要がある。そこで本論文では副生産物を輸出するような貿易パターンが、リカード・モデルに結合生産を入れるとありうることを示し、その上で 2 国 2 財の経済における副生産物の輸出について扱い、どの国がどの財を輸出にするかに関する条件を導出する。また、この条件を一般の n 国 n 財の場合に拡張し、各国が異なる特定の財を輸出することができる価格体系が存在する必要・十分条件を示す。 n 国小国・ n 財の場合は純粋交換経済に帰着して分析できる。第 i 国が第 j 財を輸出する価格体系が存在する必要・十分条件をホーキンス・サイモンの定理から導出できることを示す。

後の構成は以下の通りである。まず次章で小川(2011)にならって 2 国 2 財のリカード・モデルに結合生産を導入し、副生産物を輸出する例を示す。その上で貿易パターンの決定に関する条件を導出する。第 3 章では n 国 n 財の純粋交換経済を想定し、Jones (1961) にならって第 i 国が第 i 財を輸出するための条件について分析を行う。最終章は本論文のまとめとする。

2. 副生産物の輸出と貿易パターン

本節では小川（2011）に従って、2 国 2 財 1 要素の経済において結合生産を許した線型的な生産関数を持つリカード・モデルを取り上げる。要素は労働とし、単純化のため両国はそれぞれ 2 つの生産プロセスを持つとする。第 i 国の第 j 生産プロセスにおいて労働 1 単位で生産できる各財の量をベクトルとして、

$$\begin{bmatrix} a_{j1}^i \\ a_{j2}^i \end{bmatrix}, \quad \text{ただし, } i, j = 1, 2$$

とあらわすことにする。ここで、 a_{jk}^i は第 i 国の第 j 生産プロセスへの労働 1 単位の投入によって生産される第 k 財の生産量である。ここで小川（2011）にならって、第 j 生産プロセスでは第 j 財を主生産としているものと考え、他の生産プロセスから副生産物として生産される量よりは大きいものとする。すなわち、

$$\text{仮定 1} \quad a_{jj}^i > a_{kj}^i, j \neq k$$

を採用することにする。たとえば、第 1 財を主生産物として生産する第 1 生産プロセスにおいて生産される第 2 財はこの生産プロセスの副生産物となる。もし副生産物がなければ、上述のベクトルは第 1 生産プロセス、第 2 生産プロセスそれぞれについて

$$\begin{bmatrix} a_{11}^i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 \\ a_{22}^i \end{bmatrix},$$

となる。また、この場合、通常のリカード・モデルの説明で用いる（財 1 単位の生産に用いられる労働投入量を表す）労働投入係数 l_j^i を使うと、 $a_{jj}^i = 1/l_j^i$ である。

さて、このモデルでは以下のことが知られている（詳細は小川（2011）参照）。

補題 1

2 国 2 財のリカードの世界経済において、結合生産のある場合を考える。仮定 1 の下で、第 i 国が第 i 生産プロセスに生産特化したときの世界の生産点が世界の生産可能性フロンティア上の端点として表されるための必要・十分条件は

$$\frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} > \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}, \quad (2.1)$$

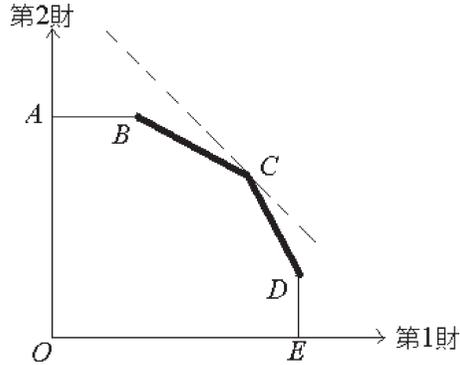


図 1

である。但しここで世界の生産可能性フロンティアとはどの財を犠牲にすることなくある財の生産量を上げることはできない点の集合を指し（図 1 の太線 BCD 参照），生産点 X^* が端点であるとは， $A \neq B$ かつ $tA + (1-t)B = X^*$ を満たす生産可能な点 A, B と $0 < t < 1$ の組み合わせは存在しないことをいう。（図 1 の C 点参照。）

小川（2011）によると(2.1)は次のように解釈できる。第 2 生産プロセスの労働を 1 単位，第 1 生産プロセスに移動させる。第 1 財の純生産は $a_{11}^1 - a_{21}^1 > 0$ ，第 2 財の純生産は $a_{12}^1 - a_{22}^1 < 0$ だけ変化する。従って(2.1)の左辺は，結合生産がある場合の第 2 財で測った第 1 財の機会費用である。(2.1)は第 1 国が第 1 財，第 2 国の機会費用が低いという意味で比較優位があることを示している。これは結合生産のない場合の完全な一般化になっている。

さて第 i 国が第 i 生産プロセスに特化した世界の生産点である図 1 の C 点が端点になるための必要・十分条件(2.1)が満たされているとする。世界価格 P と実現する生産点との関係について考える。第 1 財を価値基準財として， $P = (1, p)$ の場合を考える。

結合生産なので生産そのものは特化しても両財とも生産可能なので，貿易体制は明らかとは言えない。貿易体制を扱うには，需要面を考慮に入れる必要がある。従って，労働賦存量 (L^1, L^2) を明示的に入れて各所得を明らかにした上で，需要側の条件を入れる必要がある。簡単化のために第 i 国の厚生関数 u^i は両国ともに同じ形で，第 i 国の各財の消費量 (y_1^i, y_2^i) の対数線形な関数 $u^i = \theta \ln y_1^i + (1-\theta) \ln y_2^i$ であるとする。ここでは $0 < \theta < 1$ とする。第 i 国の厚生最大化は，賃金を w^i とした予算制約式 $y_1^i + p y_2^i \leq w^i L^i$ を厚生関数に組み込んで，

$$\max_{0 \leq y_2^i \leq \frac{w^i L^i}{p}} u^i = \theta \ln(w^i L^i - p y_2^i) + (1-\theta) \ln y_2^i, \quad (2.2)$$

と設定できる。1 階の必要条件・2 階の十分条件は，

$$\frac{\theta p}{w^i L^i - p y_2^i} = \frac{1-\theta}{y_2^i} \left(\Leftrightarrow y_2^i = \frac{(1-\theta)w^i L^i}{p} \right), \quad -\frac{\theta p^2}{(w^i L^i - p y_2^i)^2} - \frac{1-\theta}{(y_2^i)^2} < 0, \quad (2.3)$$

が成り立つので、これで実際に最大解が規定されることが分かる。

生産面では第 i 国の競争均衡を、全ての労働力が使われて、使われる生産プロセスでは賃金の支払いに足りるものの、使われない生産プロセスでは賃金の支払いに足りないと考えればよい。従って、

$$1. \text{ 第 1 生産プロセスに特化する場合: } a_{11}^i + p a_{12}^i = w^i \geq a_{21}^i + p a_{22}^i, \quad (L_1^i, L_2^i) = (L^i, 0),$$

$$2. \text{ 不完全特化で両プロセス使用: } a_{11}^i + p a_{12}^i = w^i = a_{21}^i + p a_{22}^i, \quad (L_1^i, L_2^i) \gg 0,$$

但しこのときは $p = \frac{a_{11}^i - a_{21}^i}{a_{22}^i - a_{12}^i}$ に限られる。

$$3. \text{ 第 2 生産プロセスに特化する場合: } a_{11}^i + p a_{12}^i \leq w^i = a_{21}^i + p a_{22}^i, \quad (L_1^i, L_2^i) = (0, L^i),$$

の 3 つの場合に分けることができる。

世界の需給均衡は第 2 財についてのみ考えればよく、以下の式が成り立つ。

$$a_{12}^1 L_1^1 + a_{22}^1 L_2^1 + a_{12}^2 L_1^2 + a_{22}^2 L_2^2 = y_2^1 + y_2^2. \quad (2.4)$$

以上を踏まえて、価格 p 次第で次の 5 通りに場合分けできる。以下各ケースの条件を比較しやすくするため、分母に 0 が入る場合は無限大と扱う。

$$(1) : p < \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2} \text{ のとき}$$

両国とも第 1 生産プロセスに特化する。世界の生産点は図 1 の D 点になる。第 i 国の賃金については $w^i = a_{11}^i + p a_{12}^i$ が成り立つ。条件式を整理すると、 p, y_2^1, y_2^2 という 3 つの変数を決める

$$y_2^i = \frac{(1-\theta)(a_{11}^i + p a_{12}^i)L^i}{p} \quad (i=1,2), \quad a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

が成り立つ。この式を整理すると、 $a_{12}^1 a_{12}^2 > 0$ の仮定の下で、

$$p = \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{11}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2}, \quad y_2^i = L^i \cdot \left\{ (1-\theta) a_{12}^i + \theta a_{11}^i \cdot \frac{a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2}{a_{11}^1 L^1 + a_{11}^2 L^2} \right\}, \quad (i=1,2)$$

が成り立つ。 p の範囲から、

$$\frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{11}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2} < \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}, \quad (2.5)$$

が満たされなければならない。結合生産のない場合は $a_{12}^i = 0$ なので、満たされない。

第 i 国の第 2 財の生産量 x_2^i は $x_2^i = a_{12}^i L^i$ なので、貿易を決める生産と消費の大小関係は

$$x_2^1 > y_2^1 \Leftrightarrow \frac{a_{12}^1}{a_{11}^1} > \frac{a_{12}^2}{a_{11}^2} \Leftrightarrow x_2^2 < y_2^2,$$

が成り立つ。従って、(2.5)の下で両国とも第 1 生産プロセスに特化する。このとき

・ $\frac{a_{12}^1}{a_{11}^1} < \frac{a_{12}^2}{a_{11}^2}$ ならば第 1 国は第 1 財を輸出し、第 2 国は第 2 財を輸出する。

・ $\frac{a_{12}^1}{a_{11}^1} > \frac{a_{12}^2}{a_{11}^2}$ ならば第 1 国は第 2 財を輸出し、第 2 国は第 1 財を輸出する。

(2) : $p = \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}$ のとき

第 1 国は第 1 生産プロセスに特化し、第 2 国は極端な場合を除いて不完全特化で両生産プロセスとも利用する。世界の生産点は図 1 での線分 CD 上にある。第 i 国の賃金については $w^i = a_{11}^i + p a_{12}^i = a_{11}^i + a_{12}^i \cdot \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}$ が成り立つ。条件式を整理すると、 $p = \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}$ の下で、 L_2^2, y_2^1, y_2^2 という 3 つの変数を決める

$$y_2^i = \frac{(1-\theta)(a_{11}^i + a_{12}^i p) \cdot L^i}{p} \quad (i=1,2), \quad a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 (L^2 - L_2^2) + a_{22}^2 L_2^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

が成り立つ。その結果、

$$y_2^i = \frac{(1-\theta)L^i}{a_{11}^2 - a_{21}^2} \cdot \left\{ a_{11}^i (a_{22}^2 - a_{12}^2) + a_{12}^i (a_{11}^2 - a_{21}^2) \right\} \quad (i=1,2),$$

$$L_2^2 = \frac{1}{a_{22}^2 - a_{12}^2} \left[(1-\theta) \cdot \left\{ \frac{a_{11}^1 (a_{22}^2 - a_{12}^2) L^1}{a_{11}^2 - a_{21}^2} + \frac{a_{11}^2 (a_{22}^2 - a_{12}^2) L^2}{a_{11}^2 - a_{21}^2} \right\} - \theta \cdot (a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2) \right],$$

が成り立つ。 $0 \leq L_2^2 \leq L^2$ を満たさなければならないので、

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-\theta) \cdot \left\{ \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)L^1}{a_{11}^2 - a_{21}^2} + \frac{a_{11}^2(a_{22}^2 - a_{12}^2)L^2}{a_{11}^2 - a_{21}^2} \right\} \geq \theta \cdot (a_{12}^1L^1 + a_{12}^2L^2), \\ \frac{1}{a_{22}^2 - a_{12}^2} \left[(1-\theta) \cdot \left\{ \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)L^1}{a_{11}^2 - a_{21}^2} + \frac{a_{11}^2(a_{22}^2 - a_{12}^2)L^2}{a_{11}^2 - a_{21}^2} \right\} - \theta \cdot (a_{12}^1L^1 + a_{12}^2L^2) \right] \leq L^2, \end{array} \right.$$

が条件として課される。この式を整理すると、

$$\frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1L^1 + a_{21}^2L^2}{a_{12}^1L^1 + a_{22}^2L^2} \leq \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2} \leq \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1L^1 + a_{11}^2L^2}{a_{12}^1L^1 + a_{12}^2L^2}, \quad (2.6)$$

が求めるべき条件となる。

第 1 国の第 2 財の生産量 x_2^1 は $a_{12}^1L^1$ となるので、貿易を決める生産と消費の大小関係は

$$x_2^1 \begin{array}{l} > \\ < \end{array} y_2^1 \Leftrightarrow \theta \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)}{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2) + a_{12}^1(a_{11}^2 - a_{21}^2)},$$

となる。従って、(6) の下に第 1 国が第 1 生産プロセスに特化し、第 2 国が不完全特化して、

・ $\theta < \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)}{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2) + a_{12}^1(a_{11}^2 - a_{21}^2)}$ ならば第 1 国が第 1 財を輸出し、第 2 国は第 2 財を輸出する。

・ $\theta > \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)}{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2) + a_{12}^1(a_{11}^2 - a_{21}^2)}$ ならば第 1 国が第 2 財を輸出し、第 2 国は第 1 財を輸出する。

結合生産がない場合は $\theta < \frac{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2)}{a_{11}^1(a_{22}^2 - a_{12}^2) + a_{12}^1(a_{11}^2 - a_{21}^2)} = 1$ が成り立つので、従来通り第 1 国が第 1 財を輸出し、第 2 国は第 2 財を輸出する。

(3) : $\frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} > p > \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}$ のとき

第 i 国は第 i 生産プロセスに特化する。世界の生産点は図 1 の C 点になる。各国の賃金では $w^1 = a_{11}^1 + pa_{12}^1$ と $w^2 = a_{21}^2 + pa_{22}^2$ が成り立つ。整理すると p, y_2^1, y_2^2 という 3 変数を決める

$$y_2^1 = \frac{(1-\theta)(a_{11}^1 + pa_{12}^1)L^1}{p}, \quad y_2^2 = \frac{(1-\theta)(a_{21}^2 + pa_{22}^2)L^2}{p}, \quad a_{12}^1L^1 + a_{22}^2L^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

が成り立つ。この結果、

$$\begin{cases} p = \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2}, \\ y_2^1 = \left\{ \theta \cdot \frac{a_{11}^1 a_{22}^2 - a_{12}^1 a_{21}^2}{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2} + a_{12}^1 \right\} L^1, \quad y_2^2 = \left\{ \theta \cdot \frac{a_{21}^2 a_{12}^1 - a_{11}^1 a_{22}^2}{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2} + a_{22}^2 \right\} L^2, \end{cases}$$

が成り立つ。価格 p の範囲に関する仮定から、

$$\frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} > \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} > \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}, \quad (2.7)$$

が成り立たなければならない。第 i 国での第 2 財の生産量 x_2^i は $a_{12}^i L^i$ なので、貿易を決める生産と消費の大小関係は

$$x_2^1 > y_2^1 \Leftrightarrow \frac{a_{11}^1 < a_{21}^2}{a_{12}^1 > a_{22}^2} \Leftrightarrow x_2^2 < y_2^2,$$

が成り立つ。従って(2.7)の下で、第 i 国は第 i 生産プロセスに特化する。貿易では

・ $\frac{a_{11}^1}{a_{12}^1} > \frac{a_{21}^2}{a_{22}^2}$ のとき、第 1 国は第 1 財を輸出し、第 2 国は第 2 財を輸出する。

・ $\frac{a_{11}^1}{a_{12}^1} < \frac{a_{21}^2}{a_{22}^2}$ のとき、第 1 国は第 2 財を輸出し、第 2 国は第 1 財を輸出する。

結合生産がない場合は $a_{12}^1 a_{21}^2 = 0$ なので、2つのうち上の条件式を変形した

$$a_{11}^1 a_{22}^2 > a_{12}^1 a_{21}^2, \quad (2.8)$$

が成り立つ。従来通り第 1 国は第 1 財を輸出し、第 2 国は第 2 財を輸出する。

(4) : $p = \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}$ のとき

第 1 国は極端な場合を除いて不完全特化で両生産プロセスとも利用し、第 2 国は第 2 生産プロセスに特化する。世界の生産点は図 1 での線分 BC 上にある。第 i 国の賃金については、

$w^i = a_{21}^i + p a_{22}^i = a_{21}^i + a_{22}^i \cdot \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}$ が成り立つ。条件式を整理すると、 $p = \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}$ の下

で、 L_2^2, y_2^1, y_2^2 という 3 つの変数を決める

$$y_2^i = \frac{1-\theta}{p} \cdot (a_{21}^i + a_{22}^i p) \cdot L^i, \quad (i=1,2) \quad a_{12}^1 L_1^1 + a_{22}^1 (L^1 - L_1^1) + a_{22}^2 L^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

が成り立つ。その結果,

$$y_2^i = (1-\theta)L^i \cdot \frac{a_{21}^i(a_{22}^1 - a_{12}^1) + a_{22}^i(a_{11}^1 - a_{21}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1}, \quad (i=1,2)$$

$$L_1^1 = \frac{1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} \left[\theta(a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2) - (1-\theta) \left\{ L^1 \cdot \frac{a_{21}^1(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} + L^2 \cdot \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} \right\} \right],$$

が成り立つ。 $0 \leq L_1^1 \leq L^1$ を満たさなければならないので,

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2) \geq (1-\theta) \left\{ L^1 \cdot \frac{a_{21}^1(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} + L^2 \cdot \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} \right\}, \\ \frac{1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} \left[\theta(a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2) - (1-\theta) \left\{ L^1 \cdot \frac{a_{21}^1(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} + L^2 \cdot \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{11}^1 - a_{21}^1} \right\} \right] \leq L^1, \end{array} \right.$$

が条件として課されることになる。この式を整理すると,

$$\frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} \leq \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} \leq \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2}, \quad (2.9)$$

が求めるべき条件となる。

第 2 国の第 2 財の生産量 x_2^2 は $a_{22}^2 L^2$ となるので、貿易を決める生産と消費の大小関係は

$$x_2^2 > y_2^2 \Leftrightarrow \theta > \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{22}^2(a_{11}^1 - a_{21}^1) + a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)},$$

となる。以上から、(2.9)の下で第 1 国は不完全特化で両生産プロセス共に使用し、第 2 国は第 2 生産プロセスに特化する。貿易体制は、

$$\cdot \theta > \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{22}^2(a_{11}^1 - a_{21}^1) + a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)} \text{ で第 1 国は第 1 財を、第 2 国は第 2 財を輸出する。}$$

$$\cdot \theta < \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{22}^2(a_{11}^1 - a_{21}^1) + a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)} \text{ で第 1 国は第 2 財を、第 2 国は第 1 財を輸出する。}$$

$$\text{結合生産がない場合は } \theta > \frac{a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)}{a_{22}^2(a_{11}^1 - a_{21}^1) + a_{21}^2(a_{22}^1 - a_{12}^1)} = 0 \text{ が成り立つので、従来通り第}$$

1 国は第 1 財を、第 2 国は第 2 財を輸出する。

(5) : $p > \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}$ のとき

両国とも第2生産プロセスに特化する。世界の生産点は図1のB点になる。第*i*国の賃金については $w^i = a_{21}^i + pa_{22}^i$ が成り立つ。整理すると、 p, y_2^1, y_2^2 という3つの変数を決める

$$y_2^i = (1-\theta)L^i \cdot \left(\frac{a_{21}^i}{p} + a_{22}^i \right) \quad (i=1,2), \quad a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

が成り立つ。従って、

$$p = \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2}, \quad y_2^i = a_{21}^i \theta L^i \cdot \frac{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2}{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2} + (1-\theta)a_{22}^i L^i \quad (i=1,2),$$

が成り立つ。 P の範囲に関する仮定から、

$$\frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} > \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1}, \quad (2.10)$$

が課されるべき条件になる。結合生産のない場合は $a_{21}^i = 0$ なので、満たされない。

第*i*国での第2財の生産量 x_2^i は $a_{22}^i L^i$ なので、貿易を決める生産と消費の大小関係は

$$x_2^1 > y_2^1 \Leftrightarrow \frac{a_{21}^2}{a_{22}^2} > \frac{a_{21}^1}{a_{22}^1} \Leftrightarrow x_2^2 < y_2^2,$$

が成り立つ。従って、(2.10)の下で両国とも第2生産プロセスに特化し、

・ $\frac{a_{21}^1}{a_{22}^1} > \frac{a_{21}^2}{a_{22}^2}$ のとき第1国は第1財を輸出し、第2国は第2財を輸出する。

・ $\frac{a_{21}^1}{a_{22}^1} < \frac{a_{21}^2}{a_{22}^2}$ のとき第1国は第2財を輸出し、第2国は第1財を輸出する。

ここで各ケースの満たすべき条件を比べると、

$$(1) : \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2} < \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2}.$$

$$(2) : \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} \leq \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2} \leq \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{11}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{12}^2 L^2}.$$

$$(3) : \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} > \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} > \frac{a_{11}^2 - a_{21}^2}{a_{22}^2 - a_{12}^2} .$$

$$(4) : \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} \leq \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} \leq \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{11}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} .$$

$$(5) : \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{a_{21}^1 L^1 + a_{21}^2 L^2}{a_{22}^1 L^1 + a_{22}^2 L^2} > \frac{a_{11}^1 - a_{21}^1}{a_{22}^1 - a_{12}^1} .$$

となるので、これらの条件は互いに重なり合うことはなく、十分性も満たすといえる。

命題 1

結合生産が入ると貿易体制には次の 3 つの影響が現れる。

1. 特化した生産パターンの副生産物を輸出する可能性がある。
2. 不完全特化を含むと、同じ生産パターンでも需要構造によって貿易体制が影響する。
3. 同じ主生産物を持つ生産プロセスに両方の国が特化する事があり得る。

各々の国が特化している場合には、生産性の比率が貿易体制を決めている。それは各特化パターンの中で、ある財の他の財 1 単位に対する生産性の高い方を輸出した方がお互いに相対的に足りないものを補い合えることから来ている。その反面、不完全特化が実現する場合には、需要の条件が貿易パターンの決定に影響を与える。これは次のように説明できる。通常ならば、完全特化した国がその主生産物を輸出する体制を築く。しかし、完全特化をしている国の主生産物の生産性が需要に比べてあまり高くなく、不完全特化の国ではもう 1 つの財の生産性が両生産プロセスで殆ど変わらない場合は、完全特化をしている国がその主生産物を輸出するだけの量を十分賄いきれず、不完全特化の国にその財を輸出させた方が効率的になる。そのとき不完全特化の国では犠牲になるもう一方の財の生産性は比較的小さいので、通常とは逆の貿易パターンが実現する。

この中で、特に命題 1.1 の場合を取り上げよう。これは副生産物を輸出する貿易体制が成立する場合があることを意味している。第 i 国が第 i 財に特化するパターンのように各国が完全特化する特化パターンでは、厚生関数がある程度一般形でも貿易体制の条件は同様に導出できる。今厚生関数 $u^i(y_1^i, y_2^i)$ は相似・狭義準凹・狭義単調増加で両国とも同じ関数形をしているとしよう。簡単化のため、1 回連続微分可能であり、内点解を保証するために稲田条件が満たされているとする。第 1 国の第 1 財の純輸出量を T_1 、第 2 国の第 2 財の純輸出量を T_2 とすると、均衡では両者の符号は一致しないとイケない。従って、

$$x_1^1 - T_1 = y_1^1, \quad x_1^2 + T_1 = y_1^2, \quad x_2^1 + T_2 = y_2^1, \quad x_2^2 - T_2 = y_2^2,$$

$$x_1^1 < y_1^1 \Leftrightarrow x_2^1 > y_2^1 \Leftrightarrow x_1^2 > y_1^2 \Leftrightarrow x_2^2 < y_2^2 \Leftrightarrow T_1 > 0 \Leftrightarrow T_2 < 0,$$

が成り立つ。第 i 国が第 i 財に特化するパターンによる生産点が効率的な端点であり、しかも実現している場合を考えると、 $x_k^i = a_{ik}^i L^i$ が成り立つ。このとき厚生関数の相似性から、解となる消費量の比率は各国で一致していないといけないから、

$$\frac{a_{11}^1 L^1 - T_1}{a_{12}^1 L^1 + T_2} = \frac{a_{21}^2 L^2 + T_1}{a_{22}^2 L^2 - T_2},$$

が成り立つ。従って、分母が 0 の場合には無限大と設定することで、

$$x_1^1 < y_1^1 \Leftrightarrow x_2^2 < y_2^2 \Leftrightarrow \frac{a_{11}^1 L^1 > a_{21}^2 L^2}{a_{12}^1 L^1 < a_{22}^2 L^2} \Leftrightarrow \frac{a_{11}^1 > a_{21}^2}{a_{12}^1 < a_{22}^2},$$

が成り立つ¹⁾。こうして (2.8) は厚生関数の一般化に耐えうる条件であると分かる。

この条件が意味する、副生産物を輸出する例として、次のような例を考える。

$$\begin{bmatrix} a_{11}^1 \\ a_{12}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{21}^2 \\ a_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11}^2 \\ a_{12}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{21}^1 \\ a_{22}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

この値は仮定 1 と (2.1) を満たしているので、第 i 国は第 i 生産プロセスに特化した生産点 C が効率的な端点になる。しかし、(2.8) は成り立っていないので、この端点で第 i 国が第 i 財を輸出することはない。これは次の図 2 を利用して説明しよう。

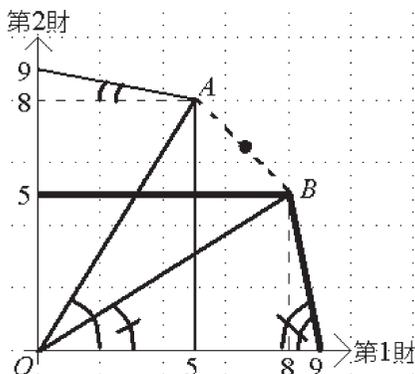


図 2

1) 他の各国が完全特化した特化パターンでも同様にして証明できる。

今各国の労働賦存量は 1 ずつとしよう。その特化パターンだと各国で生産される量は、

$$\begin{bmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix},$$

となる。図 2 は各国の生産可能性集合を重ねた図になる。第 1 国が第 1 生産プロセスに特化した生産点である A 点は、第 2 国が第 2 生産プロセスに特化した生産点である B 点より反時計回りに進んだような位置にある。第 1 国は副生産物である第 2 財を第 2 国より比較的豊富に生産でき、第 2 国は副生産物である第 1 財を第 1 国より比較的豊富に生産できている。従ってこの場合、第 1 国は第 2 財を、第 2 国は第 1 財を通常輸出する。副生産物が無ければ第 i 財は第 i 生産プロセスでしか作れないので、このようなことは起きない。

結合生産が入ると、副生産物の影響で、特化をしても複数の財が作られうる。従って、貿易のあり方は厚生関数を入れないと議論できない。しかし結合生産の下では、通常の厚生関数でも、特化パターンと貿易体制がずれて、副生産物を輸出する可能性がある。

一般の貿易体制の分析は複雑になる。そのため、多数国・多数財での貿易パターンへの足がかりをつかむために、この 2 国が世界の中の小さな 2 国である場合を考える。第 1 国は第 1 生産プロセスに特化し、第 2 国は第 2 生産プロセスに特化する生産点が 2 国の間では端点になり、その端点が実現する場合を考える。第 1 国が第 1 財を、第 2 国が第 2 財を輸出する世界価格が存在する必要・十分条件を考える。このとき、

$$y_1^1 = \theta(a_{11}^1 + pa_{12}^1)L^1, \quad y_2^2 = \frac{(1-\theta)(a_{21}^2 + pa_{22}^2)L^2}{p}, \quad x_1^1 = a_{11}^1L^1, \quad x_2^2 = a_{22}^2L^2,$$

であるので、

$$\begin{bmatrix} (1-\theta)a_{11}^1L^1 & -\theta a_{12}^1L^1 \\ -(1-\theta)a_{21}^2L^2 & \theta a_{22}^2L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ p \end{bmatrix} \gg 0,^{2)}$$

となる $p > 0$ が存在すればよい。この分析には、Hawkins and Simon (1949) で紹介されているホーキンス・サイモンの定理を用いるとよい。

Hawkins and Simon (1949) の定理

n 次正方行列 M について非対角成分が全て非正とする。このとき、 $MP \gg 0$ となる $P \gg 0$ が存在する必要・十分条件は、 M の主座小行列式が全て正になることである³⁾。

- 2) 不等号表示は $\geq, >, \gg$ とする。
- 3) 主座小行列とは、行と列で番号が一致しているものは、行と列を並べ替えた後も番号が一致している条件で、行・列の並べ替えを許した行列の左上から右下まで取った行列を指す。主座小行列式とは、主座小行列の行列式とする。

ホーキンズ・サイモンの定理を使うと、この $p > 0$ が存在する必要・十分条件は

$$\det \begin{bmatrix} (1-\theta)a_{11}^1 & -\theta a_{12}^1 \\ -(1-\theta)a_{21}^2 & \{1-(1-\theta)\}a_{22}^2 \end{bmatrix} > 0, \quad (2.11)$$

となる。ところがこの条件は、先ほど(2.8)で求めた

$$a_{11}^1 a_{22}^2 > a_{12}^1 a_{21}^2,$$

と一致する。これを踏まえて多数国・多数財のモデルで貿易を考えると、第 i 国が第 i 財を輸出する価格体系が存在する必要・十分条件を論じることにする。

3. n 国小国・ n 財モデルにおける貿易パターンの決定

本節では n 国小国・ n 財モデルを想定して、貿易体制の決定方法を考える。小川 (2011) にあるように、結合生産の存在する 3 国 3 財以上の経済では、効率的な特化パターンが一意では必ずしもないため、生産面を明示した分析は得策ではない。そこで第 1 に、世界の中にこの n 種類の小国は存在し、各国は純粋交換経済を行い、輸出する世界価格が存在する必要・十分条件を求める。第 2 に、全ての国の厚生関数は同じ対数線形の形をし、第 i 国の厚生関数 u^i は各財の需要 (y_1^i, \dots, y_n^i) と $\sum_k \theta_k = 1$ を満たすパラメータを用いて $u^i = \sum_k \theta_k \ln y_k^i$ とする。但し $0 < \theta_k < 1$ とする。

第 i 国の所得を I^i にとり、財価格ベクトルを $P = (p_1, p_2, \dots, p_n) \gg 0$ と与えて

$$\max_{y_k^i \geq 0} u^i = \sum_k \theta_k \ln y_k^i \quad \text{s.t.} \quad \sum_k p_k y_k^i \leq I^i,$$

という厚生最大化を考える。乗数を λ^i とすると、目的関数が狭義凹・制約式が線形なので、ラグランジュの未定乗数法による内点解の 1 階の必要条件で最大解が規定される。この解は

$$y_k^i = \frac{\theta_k I^i}{p_k} \quad (k=1, \dots, n), \quad \lambda^i = \frac{1}{I^i},$$

となる。第 i 国の賦存量ベクトルを $(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)$ とすると、 $I^i = \sum_k p_k x_k^i$ が満たされるので、

$$y_k^i = \frac{\theta_k}{p_k} \sum_l p_l x_l^i \quad (k=1, \dots, n), \quad \lambda^i = \frac{1}{\sum_l p_l x_l^i},$$

が成り立つ。その結果、以下が成り立つ。

$$x_k^i \underset{<}{>} y_k^i \Leftrightarrow p_k x_k^i \underset{<}{>} \theta_k \sum_l p_l x_l^i, \quad (3.1)$$

補題 2

財価格ベクトルを $P = (p_1, p_2, \dots, p_n) \gg 0$, 第 i 国の賦存量を $(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)$ と与えた下で, 第 i 国が第 k 財を輸出するかどうかの判断基準は(3.1)で決まる。つまり,

・ $p_k x_k^i > \theta_k \sum_l p_l x_l^i$ ならば第 i 国が第 k 財を輸出する。

・ $p_k x_k^i < \theta_k \sum_l p_l x_l^i$ ならば第 i 国が第 k 財を輸入する。

特に第 i 国が第 i 財を輸出するには,

$$ZP \gg 0, \quad Z \equiv \begin{bmatrix} (1-\theta_1)x_1^1 & -\theta_1 x_2^1 & \cdots & -\theta_1 x_n^1 \\ -\theta_2 x_1^2 & (1-\theta_2)x_2^2 & \cdots & -\theta_2 x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\theta_n x_1^n & -\theta_n x_2^n & \cdots & (1-\theta_n)x_n^n \end{bmatrix},$$

となる $P \gg 0$ が存在しなければならない。 Z の非対角成分は非正なので, $ZP \gg 0$ となる $P \gg 0$ が存在する必要・十分条件はホーキングズ・サイモンの定理から, Z の主座小行列式が全て正になることである。これは 2 国 2 財の場合の(2.11)の拡張に相当する。

命題 2

第 i 国が第 i 財を輸出する正の世界価格 P が存在する必要・十分条件は, Z の主座小行列式が全て正になることである。

純粋交換経済なので, 第 i 国の収入は第 i 財の賦存量 x_i^i だけからではなく, 他の財の賦存量 x_k^i からも得られる。そのため, 各財の需要も他の財の賦存量の分を考える必要がある。第 i 国が第 i 財を輸出するような正の価格体系 P が存在するためには, 次のように帰納的に考えればよい。まず第 1 国だけであれば第 1 財は余っていること。第 1 国では, 第 1・2 財の生産から来る需要だけで第 1 財の生産分を全て使い切る場合には, 第 2 国で第 2 財を輸出すること。第 1 国では, 第 1・2・3 財の生産から来る需要だけで第 1 財の賦存量分を全て使い切り, 第 2 国でも同様に第 2 財の賦存量分を使い切る場合には, 第 3 国で第 3 財を輸出すること。このようなことが帰納的に成り立ち, また, この結果が国や財の順番によらない場合は, 第 i 国が第 i 財を輸出する正の世界価格が存在すると言える。この結果は逆も成り立つ。

純粋交換でなく結合生産のある世界では、前節同様に第 i 国は第 i 生産プロセスに特化している場合を考えれば、賦存量 x_k^i は前節の記号を利用して $a_{ik}^i L^i$ に置き換えることで同様に扱える。結合生産のない生産の場合には $k \neq i$ で $a_{ik}^i = 0$ なので、この主座小行列式の条件は自動的に満たされる。また、世界がこの n 種類の国だけから成る場合は、この条件は第 i 国が第 i 財を輸出する必要条件になる。2 国 2 財の場合には (2.8) と (2.11) が同値なので十分性は満たされるが、 n 国 n 財における十分性については、均衡価格を導出して検討する必要がある。

4. おわりに

本論文では 2 国 2 財 1 要素モデルに結合生産を導入した経済において、副生産物を輸出する可能性に触れ、特化パターンとは異なる貿易パターンについて分析した。副生産物の輸出は結合生産の入った貿易モデルにおいて特化パターンを論じるからこそ出てくる論点であり、これは副生産物に関して設定可能なリカード・モデルに結合生産を入れたからこそ出てくる。

その上で本論文はその分析を n 国小国・ n 財モデルの純粋交換経済に拡張し、第 i 国が第 i 財を輸出する正の世界価格が存在する必要・十分条件をホーキンズ・サイモンの定理から導出した。個別具体的な財が輸出されるか輸入されるかの条件は確かに計算すれば明らかであるが、システム全体として輸出の体制がどのようになるかは必ずしも明らかとは言えなかった。本論文ではその一端を純粋交換経済という旧聞に属した方法とはいえ示したことになる。

参 考 文 献

- Chang Winstor W., Ethier Wilfred J., and Kemp Murray C. (1980): "The Theorems of International Trade with Joint Production," *Journal of International Economics*, Vol. 10, pp. 377–394.
- Hawkins, David and Simon, Herbert Alexander (1949): "Some Conditions of Macroeconomic Stability," *Econometrica*, Vol. 17, No. 3, pp. 245–248.
- Jones, Ronald Winthrop (1961): "Comparative Advantage and the Theory of Tariffs: A Multi-Country, Multi-Commodity Model," *The Review of Economic Studies*, Vol. 28, No. 3, pp. 161–175.
- 戒能一成 (2012), 「総合エネルギー統計の解説 2010年度改訂版」RIETI, <http://www.rieti.go.jp/users/kainou-kazunari/download/index.html>, 2012年5月30日接続.
- Koopmans, Tjalling C. (1951): "Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities," *Activity Analysis of Production and Allocation* (ed. by T. C. Koopmans). New York: John Wiley & Sons, Inc., pp. 33–97.
- OECD (2001): *Multifunctionality towards an Analytical Framework*, from <http://www.oecd.org/dataoecd/43/31/1894469.pdf>, accessed on May 30th, 2012.
- 小川 健 (2011), 「結合生産を含むリカードモデルでの特化パターン分析」『地域学研究』第41巻・第2号, pp. 331–344.
- Uekawa, Yasuo (1984): "Some Theorems of Trade with Joint Production," *Journal of International Economics*, Vol. 16, pp. 319–333.