

# Essentials of Earth Endogenous System: English and Japanese Version

Hideyuki Kamiryo

(Received on September 20, 2012)

The author presents here two summaries, English and Japanese versions: i) Earth Endogenous System's Role to Endogenous Policies. ii) Essentials of Earth Endogenous System. Then Appendix 1 shows Notations by sector, seven endogenous parameters, basic endogenous equations, six organic aspects, and structural hyperbola as a base. Appendix 2 shows equations at the transitional path using recursive programming: towards endogenous turnpike.

For Japanese version, readers may be interested in おとぎ話から現実の循環社会へ : from parable to in reality socially by area.

Japanese version, with the structure of hyperbola, interprets the essence of moderation 中庸 as the backbone of Hiroshima Shudo University (HSU). Earlier Yoshinaga Asano 浅野吉長 established a public education school to spread the spirit of moderation in 1782. He was Castle Hiroshima's 7<sup>th</sup> owner. This school is the antecedent of HSU. HSU today inherits the spirit of moderation for 60 years and serves the area eco-cycle green researches globally. The last castle owner was 14<sup>th</sup> Nagakoto Asano 浅野長勲 (1842–1937).

## **Earth Endogenous System's Role to Endogenous Policies**

1. Earth Endogenous System (EES) presents causes and results of economic real-assets policies, by country, sector, and year, and over years, so that EES is, universally and commonly, useful to any country and area.
2. The rate of technological progress is measured and published for the first time in the literature. Macro aggregated values are weighted average of the values

at the government sector and the values at the private sector. The rate of technological progress is wholly consistent with all the values and ratios by sector.

3. The rate of technological progress improves by two factors and aims at optimum narrow range. First, net investment after capital consumption by sector is minimized and, realizes maximum rate of return. Second, the quantitative/qualitative net investment coefficient, *beta*, continuously improves through strategies such as education, R & D, learning by doing, and human capital.
4. The rate of technological progress is composed within a moderate range of endogenous equilibrium and, aims at moderate range of mind (theory) and body (practice). Moderation is a final target of EES. Moderation is another expression of balanced dynamics at EES.
5. A key for sustainable growth is generous controllability of economic policies. The key is replaced by the executing power to drive statistics actual data to endogenous data. The executing power is evaluated by a rapid shift of the speed years for convergence towards moderation or, by flexible changes of *seven* endogenous parameters.
6. EES, as a result, maintains balances between growth and stop-macro inequality. And also, EES enjoys full employment with a low rate of inflation, actually and endogenously, as long as an economy is under a moderate range of endogenous equilibrium.
7. An experiment at a small area realizes the above results. Then, it is possible for central government to transplant the experiment to other areas selected for spread over. The differences between local personality and preferences, culture, and history are well digested at each selected area since EES has the characteristic like this.
8. EES holds under any philosophy and idea by country. The higher the

Hideyuki Kamiryō: Essentials of Earth Endogenous System: English and Japanese Version  
philosophy of leaders of an economy the more fruitful the economic results are. Results spread over other many countries and are finally returned back to an original country to give first.

### **Essentials of Earth Endogenous System (EES): Head (1) to (10)**

- (1) Differences between the current economics literature and EES
- (2) TFP growth rate of Jorgenson's view and EES
- (3) Numerical synthesis of the marginal rate of substitution and the marginal productivity Theory
- (4) Basic differences of concepts set between capital and labor: upon Jorgenson (1963, 1966) and Jorgenson and Griliches (J & G, 1967)
- (5) The price-equilibrium and the endogenous-equilibrium: limit of behavioral science and definition of moderation
- (6) Endogenous equilibrium versus a point of convergence in equilibrium\*: database versus recursive programming (RP)
- (7) Relationship between speed years, the rate of return, and the growth rate of output in equilibrium
- (8) Scientific discovery of Samuelson's (1942, 1975) to deny deficit and, EES extended for empirical proof
- (9) Answer Krugman's (*New York Times* dated on July 1, 2012) view; fundamental solution not to repeat bubbles
- (10) **Notes** on Ryuzo Sato's (xv, 439, 1981) Two Conservation Laws (Theorem 6), connected with Samuelson (1477–79, 1970)

#### ***(1) Differences between the current economics literature and EES***

1. The literature has a set of different assumptions by paper. It is difficult for a researcher to wholly clarify mutual relationships between a set of different assumptions. For example, Jorgenson takes an assumption of the marginal

rate of substitution (MRS). Some authors take a set of marginal productivity of labor and capital (MPL & MPK). It is difficult for the author to numerically solve the relationship between MRS and MPL & MPK. This is a character of assumptions. This character obstructs thorough review of each literature.

2. EES replaces all the assumptions by endogenous equations at the real assets of national accounts. What make it possible to lead to no assumption at EES? One is a concept of 'pure endogenous without assumption' and the other is the discovery of *seven* endogenous parameters that are each formed by endogenous equations, where *seven* endogenous parameters make it possible to have all the parameters and variables measured, wholly, consistently, and accurately. Besides, no assumption solves develop the issue of initialization encountered at capital stock measure.
3. The literature studies all the research objects with related price levels of demand and supply, under the price-equilibrium. EES studies all the research objects under the endogenous-equilibrium. EES, nevertheless, never reject the price-equilibrium with the market principle. For example, EES, as a result, produces the relative macro price level=1.000 by year, at data-sets and its transitional path using recursive programming. At a next year, the same occurs. The change in the macro price level is the rate of inflation. This rate is, by year, measured by the horizontal asymptote,  $HA_{r(i)}$ , using hyperbola of the rate of return to the ratio of net investment to output in equilibrium.
4. EES in the endogenous-equilibrium is ever consistent with the price-equilibrium. This is proved by the neutrality of financial/market assets to real-assets. EES compares three fundamental ratios with corresponding ratios at financial/market assets that each use money supply M2, the exchange rate, and ten year debt yield.

5. The literature presumes that vector holds. The proof of vector, however, remains not totally but partially. The proof of vector is limited to linearity, not over non-linearity. The same is true at Pareto optimum. EES contrarily measures endogenous optimum each within a narrow range of related hyperbolas and without using vector. All the hyperbolas are non-linear and reduced forms of endogenous equations.
6. The literature aims at scientific discoveries at the current spiritual level and with scientific proofs if possible, where the current spiritual level is fixed. The same EES follows. Besides, EES grants the positioning of the current scientific discoveries by spiritual level. EES is enlarged when the spiritual level rises towards universal space and time and, step by step, approaches absolute existence or the Nature. Results of EES become close to creativeness, thankfulness, and happiness. Oh, mankind, give first and given soon later, and win-win. A unity of family, society, country, and the world is in reality.

***(2) TFP growth rate of Jorgenson's view and EES***

Originally written to Second Poster Session, *IARIW*, Aug 9, 2012

1. J & G (1967) empirically and econometrically proves that Solow's (1957) Economics output/input productivity growth rate includes some double counts in input and output. Jorgenson proposes the use of flow of capital or net investment for measuring the growth rate of output/input of total factor productivity, TFP. EES, from the viewpoint of a whole system, connects capital stock with capital flow/ net investment. The growth rate of TFP shows not a flow growth but a stock growth. EES wholly and simultaneously measures the rate of technological progress as flow and the growth rate of TFP as stock, by year.
2. J & G (1967) just takes the assumption of the marginal rate of substitution,

MRS, being equal to 1.000. It is difficult for Jorgenson to take another assumption of marginal productivity theory. EES takes both MRS and marginal productivity theory. EES, using endogenous data, proves that the assumption of  $MRS=1.000$  is indispensable to the assumption of marginal productivity theory.

3. J & G (1967), therefore, needs an assumption of perfect competition. EES, as a result of the above proofs, withdraws the above two assumptions, where each assumption is expressed as an endogenous equation. It implies that perfect competition is also withdrawn from an assumption.
4. Jorgenson (2, 1966) repeatedly stresses that the differences between econometrical results comes not from the differences of models but the differences of assumptions. The author deeply respects his insight. EES has withdrawn all the assumptions found in the literature and replaced these assumptions by the equations of *seven* endogenous parameters.
5. Why did J & G and Jorgenson not step into the essentials lying between capital stock and capital flow? This is because Jorgenson remains the neo-classical framework and relies on individual utility function under the price-equilibrium to reinforce the market principle. The expansion of micro to macro is insufficient at neo-classical framework. This is because neo-classical framework has no methodology to step into a paradigm enlarged from micro to macro.
6. EES revolutionarily constructs a new paradigm of earth endogenous system under the penetration of purely endogenous and green. Green economics is indispensable on the Earth that has limited resources. EES is based on real-assets and the neutrality of financial/market assets to real-assets. EES is consistent with the market principle and never attracts worst bubbles.

**(3) Numerical synthesis of the marginal rate of substitution and the marginal productivity Theory**

Originally written to Second Poster Session, *IARIW*, Aug 9, 2012

1. The marginal rate of substitution and the marginal productivity theory hold under the price-equilibrium. It is expressed using the Euler's theorem. EES proves the neutrality of financial/market assets to real-assets.
2. The continuous Cobb-Douglas production function becomes familiar with neo-classical and the Euler's theorem. Endogenous at continuous time remains partial and does not consistently spread over a whole system in the discrete time.
3. No database publishes capital  $K$  consistently with all the other parameters and variables. The discrete Cobb-Douglas production function becomes familiar with the data related to accounting, financing, national accounts, and statistics. EES needs *seven* endogenous equations yet, these equations are non-linear and replaced by hyperbolas. EES, for the first time, measures *seven* endogenous parameters consistently in the whole system.
4. In the case of discrete time, the marginal rate of substitution (MRS) and the marginal productivity theory (MPT) are melted and result in the unity proof empirically. The method is manipulated using the ratio of the increase in one element to the increase in the other element.

1)  $\Delta L$  remains given:  $\Delta L^* = \Delta L$ .

2) For  $MPL = \Delta Y^* / \Delta L^*$ : adjust  $\Delta Y$  and calculate  $\Delta Y^*$ ;  $\Delta Y^* \neq \Delta Y$ .

3) For  $MPK = \Delta Y^* / \Delta K^*$ :  $\Delta K^* \neq \Delta K$  holds but, do not adjust  $\Delta K$  directly for getting  $\Delta K^*$ . Because  $\alpha = \Omega \cdot r$  is preferred to the equality of  $\Delta K^* \neq \Delta K$ .

4) Instead, adjust  $\Delta K$  so that EES maintains  $\Omega^* = \Omega_0$ , under  $\Omega = \Omega^* = \Omega_0$  and  $r = r^* = r_0$ . And then, calculate  $\Delta K^*$ .

5)  $\alpha$  remains unchanged so that EES confirms error differences of each element.

5. When EES applies continuous differentials to each element as stock,  $\alpha = \Omega \cdot r$  is sacrificed. In some simple cases, results at the continuous time equal those at the discrete time. Finally, results may become the same when continuous and discrete are used in parallel at a whole system.

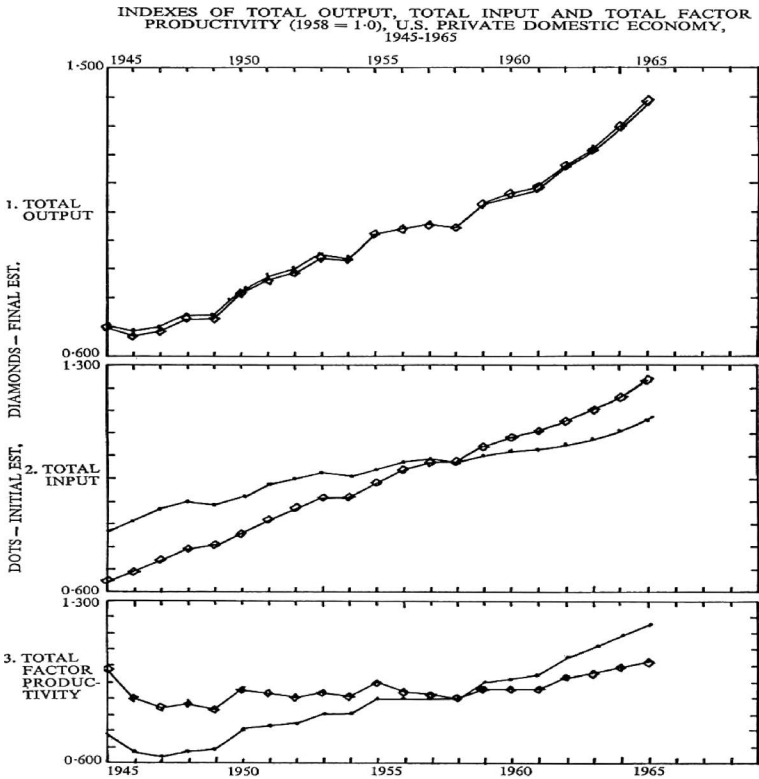
***(4) Basic differences of concepts set between capital and labor: upon Jorgenson (1963, 1966) and Jorgenson and Griliches (J & G, 1967)***

Originally written to Second Poster Session, *IARIW*, Aug 9, 2012

1. Capital stock: Related literatures treat capital as homogeneous of degree one. Qualitative capital stock is absorbed into total factor productivity, TFP, and also human capital. EES does not separate quality from capital stock. EES approves a fact that capital cannot distinguish quality with quantity.
2. Labor/population: Related literatures treat labor/population quantitatively. The quality of labor/population is somehow separated to human capital as stock. EES does not separate quantity. EES approves a fact that labor/population cannot distinguish quality with quantity.
3. Capital flow: Related literatures separate capital flow as net investment from capital stock. Capital stock and net investment are independent. EES respects a fact that capital stock and capital flow are indispensable and consistently united into one unity.
4. Labor/population flow: Related literatures grasp the increase in labor/population, matching the character of labor/population stock. EES does not separate quality from the increase in labor/population. EES respects a fact that the increase in labor/population cannot distinguish quality with quantity.
5. The rate of technological progress as flow: Related literatures have to treat the rate of technological progress as exogenous or external. EES overwhelmingly measures the rate of technological progress as flow, no exogenous at all.



6. The rate of technological progress as stock: Related literatures have to choose a way to use the growth rate of TFP as a surrogate for an external rate of technological progress. The proof of Jorgenson and Griliches (273, 1966) was well accepted econometrically (see Note below). EES measures the rate of technological progress and the growth rate of TFP, in parallel by year. At convergence\* under the endogenous-equilibrium,  $g_A^* = i(1-\beta^*) = g_{TFP}^* = k^{*(1-\alpha)}/\Omega$  is proved empirically.



Note: Contribution of Jorgenson and Griliches (273, 1967) that shows overlapping error of output/input of TFP

***(5) The price-equilibrium and the endogenous-equilibrium: limit enlargement of behavioral science and definition of moderation***

1. The literature is based on the framework of individual utility, demand and supply by goods and services, under the price-equilibrium. The literature is correct by limiting to micro theory yet, irresponsible to the integration of micro- and macro-level and to empirical proofs at a whole system existing under the macro-level. Also, the taking behavioral science into economics holds only under the condition of a fixed level of spirituality presumed by country.
2. EES makes the expansion of space and time possible towards universe, the Nature, and absolute existence, by fixed level of spirituality. A fixed level is needed at EES, similarly to scientific discoveries of the literature. EES approves the insight of creativeness bestowed from the Nature.
3. The literature needs repeating of scientific facts and discoveries. The literature statically analyzes the price-equilibrium by fixing level of spirituality. One may interpret that the transition of price equilibrium has its own contradiction.
4. EES accepts and cooperates with dynamic balances existing between all the values and ratios. EES modestly expresses whatever happens in the world and ties actual statistics data with endogenous data.
5. EES has its final goal at the point of the origin of two dimensions by taking scientific ranges on the x axis and spiritual levels on the y axis. The author names this diagram 'Cross-Roads Scientific Discovery Diagram.' The controllability of dynamic balances at EES falls into a narrow range close to the origin, where static is in reality. This narrow range is called 'moderation' in Positive and Negative in olden China. Natural science moves only on the x axis since no mankind is included.
6. Social science can accept the cross-roads as it is. Natural science remains on

the x axis. Economic science expresses the transition of statistics data and endogenous data on the horizontal line at a fixed level of spirituality on the y axis. Moderation does not deny the existence of two extreme results, good and bad. Behavioral science has much room for expansion in the universe.

***(6) Endogenous equilibrium versus a point of convergence in equilibrium\* :  
database versus recursive programming (RP)***

1. The literature does not hold in parallel a tight relationship between data-sets/database and its recursive programming (RP) by year. EES holds this relationship consistently and simultaneously and, over years, since EES has no assumption and endogenously measures all the parameters and variables.
2. The literature has database under the price-equilibrium. The literature illustrates a two-dimensional graph of the convergence point of time, presuming an external rate of technological progress. Illustration takes time on the x axis and the capital-labor ratio on the y axis, as commonly shown at text books. Illustration, however, cannot be proved empirically, similarly to geometric topology in the literature.
3. EES has a complete database such as KEWT 6.12, data-sets by sector, 1990-2010, for 81 countries. The point of convergence is measured by the speed years on the y axis, instead of the capital-labor ratio and time/years on the x axis. The values at convergence,  $L^*$ ,  $Y^*$ , and  $K^*$ , are calculated in the discrete time, by differentiating  $MRS$ ,  $MPL = w$ , and  $MPK = r$  (for detail, see another head, Head (3)). The values at the point of convergence disperse or converge to zero, after convergence.
4. Empirically: When the rate of return shows the diminishing returns to capital (DRC) at the transition from the current to at convergence, the rate of return after convergence turns to the increasing returns to capital (IRC) or disperses. Likewise, when the rate of return shows the increasing returns to

capital (IRC) at the transition from the current to at convergence, the rate of return after convergence turns to the diminishing returns to capital (DRC) or converges to zero.

5. EES consistently holds without executing recursive programming (RP). Yet, the transitional path is measured only using RP by year; the current year, year at convergence, and years after convergence.
6. Some basic ideas and facts such as the relative macro price level,  $p = 1.000$ , and  $\sigma = 1.000$  are only confirmed in recursive programming.

***(7) Relationship between speed years, the rate of return, and the growth rate of output in equilibrium***

1. The literature cannot measure the relationship between the speed years, the rate of return, and the growth rate of output. This is because the literature sets the rate of technological progress as external and cuts endogenous measure of the rate of technological progress. EES measures the above relationship completely.
2. The literature historically and externally uses the interest rate instead of the rate of return. It implies that even if the rate of return is estimated partially, it is difficult to correctly arrange for the relationship between the rate of return and the growth rate of output. Besides, the literature uses an external rate of technological progress for measuring the speed years. The speed years, the rate of return, and the growth rate of output do not consistently hold in the literature.
3. EES realized the idea of Phelps (1961) for golden age and rule; converting the exogenous Phelps coefficient to the endogenous Phelps coefficient that each exists between the rate of return and the growth rate of output. Further, real-assets causes of unbalanced golden age and rule are all revealed by the changes in *seven* endogenous parameters.

4. EES provides for a long target of national economy and a hopeful essential picture of country management. EES can preventively control the relationship between the rate of return and the growth rate of output and also respect each country's nationality, taste, preferences, culture, and history.
5. EES endogenously controls unemployment and the rate of inflation using the related hyperbola.
6. EES preventively avoids bubbles by controlling the endogenous Phelps coefficient.

***(8) Scientific discovery of Samuelson's (1942, 1975) to deny deficit and, EES extended for empirical proof***

1. Samuelson proves that a plus utility of government spending is inferior to a minus utility of taxes, using two fiscal multipliers. At deficit = 0, both utility are the same. This fact was also proved by Slant (1975). It means that taxes are more useful to growth than the sum of government consumption and net investment.
2. EES proved this fact empirically using 81 countries. Further, EES extended this fact to the case of deficit > 0 or surplus. The higher the surplus the more useful to growth by country is. These facts presume that the balance of payments is zero.
3. Samuelson does not indicate the relationship between deficit (i.e., a minus deficit) and the growth rate of output. The numerator of the multiplier is output so that one can estimate growth by the multiplier. EES measures the inverse of the multiplier so that the inverse of a corresponding ratio turns to the multiplier. Then, the relationship between the growth rate of output and the multiplier is accurately clarified at once. The higher the deficit (i.e., a minus deficit), the less the growth rate of output is. This result is extremely grave.

4. When the balance of payments (BOP) is minus, net investment increases by the difference  $BOP < 0$  and  $BOP = 0$  and accordingly, the growth rate of output increases to correspond to that difference. When the balance of payments (BOP) is plus, net investment decreases by the difference  $BOP > 0$  and  $BOP = 0$  and accordingly, the growth rate of output decreases to correspond to that difference.
5. It is possible to raise the growth rate of output urgently only if the decrease in government consumption is replaced by the increase in government net investment, when deficit remains within a certain range of  $Y$  or  $GDP$ . When deficit is already extreme and remains beyond a certain range of  $Y$  or  $GDP$ , it is impossible to raise the growth rate of output urgently. The market intuitively knows that deficit decreases surely or not.
6. It is almost impossible to decrease deficit and raise growth even if constitution prohibits deficit when a fixed level of spirituality is low (see the cross-roads of Head (5)). People by country must know this fact and, cautiously makes government to work for the recovery of growth through the increase in taxes. Give first and given is the words cried at a narrow range of moderation in the cross-roads.

***(9) Answer Krugman's (New York Times dated on July 1, 2012) view;  
fundamental solution not to repeat bubbles***

1. Krugman points out: Increase in deficit saves financial institutions but never be used for the improvement in the rate of unemployment. EES never accepts bubbles since bubbles never happen by making the valuation ratio in equilibrium to lead within a controllable range.
2. Scientific discovery at EES is that growth and full-employment are guaranteed if deficit rapidly reduces to one-half at the sacrifice of government consumption and one-fourth of the decrease in deficit is used for

- government net investment. Increase in taxes improves growth and unemployment. Countermeasures at the financial/market-assets are non-sense except for voting. for the improvement in growth and employment.
3. Krugman points out: Why does the EU not publish a fact that German private banks helped to promote Spain housing and real estate bubbles. EES stresses that the European Central bank first follow the neutrality of financial/market-assets to real-assets. EES provides for the valuation ratio in equilibrium and this ratio is moderately adjusted by endogenous policies.
  4. EES discovers that rescue of financial institutions, if necessary, is only allowed in a short periods and that bubbles never happen by controlling the valuation ratio in equilibrium. Government and IMF must publish to people the transition of the valuation ratio by country and over years. Some countries are well controllable while others are not among 81 countries, 1990-2010. Policy-makers are genius in a sense, because they do not know the valuation ratio in equilibrium published but only intuitively and executing urgent polices quickly.
  5. International cooperation depends on how area and each country systematize the supply of government net investment required for the recovery of growth and unemployment. When the dynamic balances are stabilized by area, bubbles do not happen by area and by country but promote growth steadily.
  6. The rate of technological progress differs by country even if net investment to output is the same by country. This is because nationality, taste, preferences, culture, and history differ and these influences the qualitative/quantitative net investment coefficient differ by country. Quantitative enlargement is short-sighted and ends in a short periods. Leaders and policy-makers hopefully take dynamic balances for a long period between government and private sector.

**(10) Notes on Ryuzo Sato's (xv, 439, 1981) Two Conservation Laws  
(Theorem 6), connected with Samuelson (1477–79, 1970)**

**Theorem 6** (page 285, VII) is stated based on the Lie theory and for dynamic symmetries and economic conservations.

*“Theorem 6. (Two Conservation Laws) (i) For the optimal control problem defined by (80)<sup>1)</sup>,  $\Omega_1 = \lambda Y = \text{const.}$  That is to say, the product of the implicit price  $\lambda$  and national income  $Y$  is always constant.*

*(ii)  $\Omega_2 = \lambda W = \text{const.}$  That is to say, the product of the implicit price  $\lambda$  and national wealth  $W$  is always constant.*

*(iii)  $\Omega_1 / \Omega_2 = Y / W = \text{const.}$  That is to say, the aggregate output-capital (wealth) ratio is always constant.*

*(iv)  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  are the only conservation laws globally operating in the von Neumann model of optimal growth.*

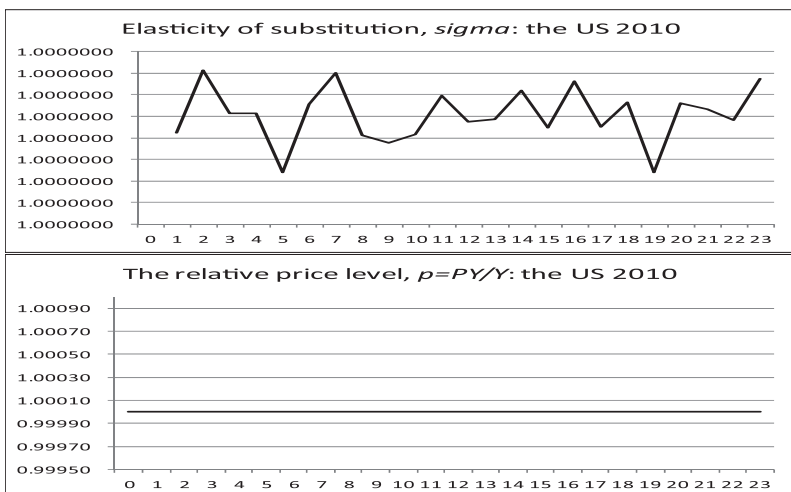
The implicit price,  $\lambda$ , defined above is now replaced by the elasticity of substitution,  $\sigma = 1.0000000$ , and the relative price level,  $p = 1.0000000$ , under the endogenous-equilibrium. The empirical proofs are shown as below.

Empirical proofs of elasticity of substitution,  $\sigma = 1.0000000$ , and the relative price level  $p = 1.0000000$ .

---

1) (279, Eq. 80, VII): The optimal-control problem is defined as  $\max(K_t) \int_0^T \dot{K}, dt$  subject to  $F[K_1, K_2; \dot{K}_1, \dot{K}_2] = 0$ .





Data source: KEWT 6.12. Note: time,  $t$ , on the x axis, at the transitional path.

81 countries each show the same results by country. For detail, see Notes on Sato Ryuzo of Monograph.

## Appendix 1

Notations by sector, seven endogenous parameters, basic endogenous equations, six organic aspects, and structural hyperbola as abase

1. Notations by sector
2. Seven endogenous parameters
3. Basic endogenous equations in the discrete time
4. Six organic aspects in endogenous equilibrium by country and sector
5. Structural hyperbolas of  $\alpha = r^* \cdot \Omega^*$  each to  $i = I/Y$  and  $n_E = n$

### 1. Notations by sector

#### **1. Stocks and flows, by sector, and non-real data**

Amounts by item are shown using capital letters and, ratios using small letters. In the case of ‘at endogenous-equilibrium,’ one apostrophe \* is added at the end. ‘Italic’ is not used for each notation here. Some notations such as MPL and MPK are abbreviated at the government and private sector, for simplicity.

Stocks by item:

Y: expenditures=income=output, disposable national income;  $Y_G$  and  $Y_{PRI}$ .

C: consumption;  $C_G$  and  $C_{PRI}$ .

S: saving;  $S_G$  and  $S_{PRI}$ .

W: wages;  $W_G$  and  $W_{PRI}$ .

$\Pi$ :  $\Pi_G$  and  $\Pi_{PRI}$ .

$Y = C + S = W + \Pi$ :  $Y_G = C_G + S_G = W_G + \Pi_G$ ;  $Y_{PRI} = C_{PRI} + S_{PRI} = W_{PRI} + \Pi_{PRI}$ .

L: population;  $L_G$  and  $L_{PRI}$ .  $L = L_G + L_{PRI}$ .

K: capital stock;  $K_G$  and  $K_{PRI}$ .  $K = K_G + K_{PRI}$ .

A: technology stock;  $A_G$  and  $A_{PRI}$ .  $AA_G + A_{PRI}$ .

$g_{A(STOCK)} = k^{1-\alpha} / \Omega$ : the growth rate of technology, derived from the discrete Cobb-Douglas production function.  $g_A^* = g_{A(FLOW)}^* = i(1-\beta^*)$  holds at equilibrium of the transitional path.

V: valuation value as stock;  $V_G$  and  $V_{PRI}$ .  $V = V_G + V_{PRI}$ .

Flows by item:

$a_{TAX} = T_{AX} / E_G$ : a coefficient of government spending to taxes in equilibrium.

$b_{IG/YG} = I_G / Y_G$ : a coefficient of government net investment to government output in equilibrium.

$c_{-BOP/Y}$ : a coefficient of the balance of payment to output at the total economy in equilibrium.

I: net investment at the total economy.  $I = I_G + I_{PRI}$ .

$I_G$ : net investment at the G.  $I_{PRI}$ : net investment at the PRI.  $I_G = b_{IG/YG} \cdot Y_G$ .

BOP: the balance of payment.  $BOP = S = I$ .  $BOP = (S_G - I_G) + (S_{PRI} - I_{PRI})$ .

$I_{BOP \neq 0} = (1 + c_{-BOP/Y})I$ : net investment of the total economy when  $BOP \neq 0$ .

Note that if  $BOP < 0$ ,  $c_{-BOP/Y}$  is plus and that if  $BOP > 0$ ,  $c_{-BOP/Y}$  is minus.

$S = I$ , if  $BOP = 0$ .  $S > I$ , if  $BOP > 0$ .  $S < I$ , if  $BOP < 0$ .

$\Delta D$ : deficit.  $\Delta D = S_G = I_G$ .

$S_{PRI} - I_{PRI}$ : real difference at the PRI sector.

$E_G = C_G + I_G$ : government spending.

$T_{AX}$ : endogenous taxes.  $T_{AX} = a_{TAX} \cdot E_G$ .

$E_G = \Delta D + T_{AX}$ :  $E_G = T_{AX}$ , if  $\Delta D = 0$ .  $E_G > T_{AX}$ , if  $\Delta D < 0$ .  $E_G < T_{AX}$ , if  $\Delta D > 0$ .

Flow related to Y, for the multiplier:

$$bop = (s_{G/Y} - i_{G/Y}) + (s_{PRI/Y} - i_{PRI/Y}).$$

$$i_{G/Y} = I_G / Y. \quad i_{PRI/Y} = I_{PRI} / Y.$$

$$i = i_{G/Y} + i_{PRI/Y}.$$

$c = C / Y$ : the propensity to consume.  $\Delta c = \Delta C / \Delta Y$ : the marginal propensity to consume.

$s = S / Y$ : the propensity to save.  $\Delta s = \Delta S / \Delta Y$ : the marginal propensity to save.  $s = i$ , when the balance of payments (BOP) is zero.

$m_{TAX} = Y / T_{AX}$ : the tax multiplier.

$m_{EG} = Y / E_G$ : the government spending multiplier.

$m_S = 1 / (1 - c)$  and  $m_{S(\Delta D=0)} = c / (1 - c)$ : the investment multiplier of Samuelson (1975).

$m_{S(BOP \neq 0)} = 1 / (1 - c + c_{-BOP/Y} \cdot i)$  and  $m_{S(BOP \neq 0 \& \Delta D=0)} = c / (1 - c + c_{-BOP/Y} \cdot i)$ : 2012.

Flow by sector, for technology, growth, and returns:

$$i_G = i_{I(G)/Y(G)} = I_G / Y_G. \quad i_{PRI} = i_{I(PRI)/Y(PRI)} = I_{PRI} / Y_{PRI}.$$

$$i \neq i_{I(G)/Y(G)} + i_{I(PRI)/Y(PRI)}.$$

$\rho$ : the discount rate of capital goods and services at the macro-level.

$r = r_0 = r^*$ : the discount rate of consumer goods and services at the macro-level, differently used for the relative discount rate at the macro-level and for a surrogate of individual utility at the micro-level.

$(\rho / r)$ : the relative discount rate for goods and services by country, at the macro-level.

$(\rho / r)(c)$  reflects national taste, preferences, culture, and history. At KEWT 6.12

for 81 countries,  $13.301c^2 - 22.608c + 10.566$  is principally used by country.

Exceptionally,  $1.8638c^2 - 2.4547c + 1.758$  is used for several countries.

### At the total economy in the endogenous-equilibrium:

$i = I / Y$ : net investment to output.

$n_E = n$ : the rate of change in population.

$\alpha = \Pi / Y$  and  $\alpha = \Omega^* / r^*$ : the relative share of capital.

$\Omega = \Omega_0 = \Omega^* = K / Y$ : the capital-output ratio.

$k = K / Y$ : the capital-labor ratio.

$w = W / L$ : the wage rate. At KEWT 6.12,  $w = w_G = w_{PRI}$  holds for make sure full-employment.

$MPL = \Delta Y / \Delta L$ : the marginal productivity of labor,  $MPL = w$  holds under perfect competition (no assumption since  $MPL$  is equal to 'w' derived at equilibrium, in the case of discrete time).

$r = (Y - W) / K$ : the rate of return.

$MPK = \Delta Y / \Delta K$  : the marginal productivity of capital,  $MPK = r$  holds under perfect competition (no assumption since  $MPK$  is equal to 'r' derived at equilibrium, in the case of discrete time).

$MRS = \Delta r / \Delta w$  : the marginal rate of substitution.

$\sigma = -\frac{\Delta k / k}{MRS / (r / w)}$  : the elasticity of substitution.  $\sigma = 1.00$  by year in the transitional path when the denominator is calculated using average; e.g.,  $\Delta k_t = (k_t - k_{t-1}) / ((k_t + k_{t-1}) / 2)$ .

$\beta^* = \frac{\Omega^* (n(1-\alpha) + i(1+n))}{i(1-\alpha) + \Omega^* \cdot i(1+n)}$  : the technology coefficient (i.e., the quantitative or qualitative net investment coefficient).

$r_{\beta_0-\beta^*} = \frac{LN(\beta_0) - LN(\beta^*)}{speed\ years}$  : the discount rate of the technology coefficient in the transitional path.

$B^* = (1-\beta^*) / \beta^*$  : the ratio of qualitative to quantitative net investment coefficient.

$\delta_0 = 1 + LN(\Omega^*) / LN((1-\beta^*) / \beta^*)$  : the diminishing returns to capital (DRC) coefficient.

$r_{\delta_0-\delta^*} = \frac{LN(\delta_0) - LN(\delta^*)}{speed\ years}$  : the discount rate of the DRC coefficient in the transitional path.

$\delta^* = \alpha$  holds at equilibrium.

$g_A^* = g_{A(FLOW)}^* = i(1-\beta^*)$  : the rate of technological progress.

$1/\lambda^*$  : the speed years for convergence in the transitional path, where the speed coefficient,  $\lambda^* = (1-\alpha)n + (1-\delta_0)g_A^*$ .

$g_y^* = i(1-\beta^*) / (1-\alpha)$  : the growth rate of per capita output.

$r = r_0 = r^* = \Pi / K$  : the rate of return. There are a few uses of r (see above).

$x = \alpha / (i \cdot \beta^*)$  : the coefficient between the rate of return and the growth rate of output.

$r = (\alpha / (i \cdot \beta^*)) g_y^*$ .

$HA_{r/i}$  : the rate of inflation/deflation.  $HA_{r(i)} = \frac{\alpha(1-\beta^*)(1+n)}{\beta^*(1-\alpha)}$ , exceptionally shown

here.

In:  $r^*(i) = \frac{\alpha(1-\beta^*)(1+n)}{\beta^*(1-\alpha)} + \frac{\alpha \cdot n(1-\alpha)}{\beta^*(1-\alpha) \cdot i}$ ; for hyperbolas, see Appendix at the end of

this book.

$g_y^* = g_y^*(1+n) + n$  : the growth rate of per capita output.

$r^* - g_y^*$  : the cost of capital.

$v^* = \frac{V^*}{K} = \frac{r^*}{r^* - g_y^*}$  : the valuation ratio to prevent bubbles.

**At the government sector in the endogenous-equilibrium:**

$i_G = I_G / Y_G$  : net investment to output.

$n_E = n$  : the rate of change in population under no unemployment.

$\alpha_G = \Pi_G / Y_G$  and  $\alpha_G = \Omega_G^* / r_G^*$  : the relative share of capital.

$\Omega_G = \Omega_{0G} = \Omega_G^* = K_G / Y_G$  : the capital-output ratio.

$k_G = K_G / Y_G$  : the capital-labor ratio.

$w_G = W_G / L_G$  : the wage rate.

$\beta_G^* = \frac{\Omega_G^* (n(1-\alpha_G) + i_G(1+n))}{i_G(1-\alpha_G) + \Omega_G^* \cdot i_G(1+n)}$  : the technology coefficient (i.e., the quantitative or qualitative net investment coefficient).

$B_G^* = (1 - \beta_G^*) / B_G^*$  : the ratio of qualitative to quantitative net investment coefficient.

$\delta_{0G} = 1 + LN(\Omega_G^*) / LN((1 - \beta_G^*) / \beta_G^*)$  : the diminishing returns to capital (DRC) coefficient.

$g_{A(G)}^* = i_G(1 - \beta_G^*)$  : the rate of technological progress.

$1 / \lambda_G^*$  : the speed years for convergence in the transitional path, where the speed coefficient,  $\lambda_G^* = (1 - \alpha_G)n + (1 - \delta_{0G})g_{A(G)}^*$ .

$g_{Y(G)}^* = i_G(1 - \beta_G^*) / (1 - \alpha_G)$  : the growth rate of per capita output.

$r = r_{0G} = r_G^* = \Pi_G / K_G$  : the rate of return.

$x_G = \alpha_G / (i_G \cdot \beta_G^*)$  : the coefficient between the rate of return and the growth rate of output.

$$r_G = (\alpha_G / (i_G \cdot \beta_G^*)) g_{Y(G)}^* .$$

$HA_{i_G}^*$  : the rate of inflation/deflation.  $HA_{i_G(i_G)}^* = \frac{\alpha_G(1 - \beta_G^*)(1+n)}{\beta_G^*(1 - \alpha_G)}$ , exceptionally

shown here.

In:  $r_G^*(i_G) = \frac{\alpha_G(1 - \beta_G^*)(1+n)}{\beta_G^*(1 - \alpha_G)} + \frac{\alpha_G \cdot n(1 - \alpha_G)}{\beta_G^*(1 - \alpha_G) \cdot i_G}$ ; for hyperbolas, see Appendix at the

end of this book.

$g_{Y(G)}^* = g_{Y(G)}^*(1+n) + n$  : the growth rate of per capita output.

$r_G^* - g_{Y(G)}^*$  : the cost of capital.

$v_G^* = \frac{V_G^*}{K_G} = \frac{r_G^*}{r_G^* - g_{Y(G)}^*}$  : the valuation ratio to prevent bubbles.

**At the private sector in the endogenous-equilibrium:**

$i_{PRI} = I_{PRI} / Y_{PRI}$  : net investment to output.

$n_E = n$  : the rate of change in population under no unemployment.

$\alpha_{PRI} = \Pi_{PRI} / Y_{PRI}$  and  $\alpha_{PRI} = \Omega_{PRI}^* / r_{PRI}^*$  : the relative share of capital.

$\Omega_{PRI} = \Omega_{0PRI} = \Omega_{PRI}^* = K_{PRI} / Y_{PRI}$  : the capital-output ratio.

$k_{PRI} = K_{PRI} / Y_{PRI}$  : the capital-labor ratio.

$w_{PRI} = W_{PRI} / L_{PRI}$  : the wage rate.

$\beta_{PRI}^* = \frac{\Omega_{PRI}^* (n(1-\alpha_{PRI}) + i_{PRI}(1+n))}{i_{PRI}(1-\alpha_{PRI}) + \Omega_{PRI}^* \cdot i_{PRI}(1+n)}$  : the technology coefficient (i.e., the quantitative or qualitative net investment coefficient).

$B_{PRI}^* = (1 - B_{PRI}^*) / B_{PRI}^*$  : the ratio of qualitative to quantitative net investment coefficient.

$\delta_{0PRI}^* = 1 + LN(\Omega_{PRI}^*) / LN((1 - \beta_{PRI}^*) / \beta_{PRI}^*)$  : the diminishing returns to capital (DRC) coefficient.

$g_{A(PRI)}^* = i_{PRI}(1 - \beta_{PRI}^*)$  : the rate of technological progress.

$1 / \lambda_{PRI}^*$  : the speed years for convergence in the transitional path, where the speed coefficient,  $\lambda_{PRI}^* = (1 - \alpha_{PRI})n + (1 - \delta_{0PRI}^*)g_{A(PRI)}^*$ .

$g_{y(PRI)}^* = i_{PRI}(1 - \beta_{PRI}^*) / (1 - \alpha_{PRI})$  : the growth rate of per capita output.

$r = r_{0PRI} = r_{PRI}^* = \Pi_{PRI} / K_{PRI}$  : the rate of return.

$x_{PRI} = \alpha_{PRI} / (i_{PRI} \cdot \beta_{PRI}^*)$  : the coefficient between the rate of return and the growth rate of output.  $r_{PRI} = (\alpha_{PRI} / (i_{PRI} \cdot \beta_{PRI}^*))g_{y(PRI)}^*$ .

$HA_{\tau_{PRI}/i_{PRI}}^*$  : the rate of inflation/deflation.  $HA_{\tau_{PRI}(i_{PRI})}^* = \frac{\alpha_{PRI}(1 - \beta_{PRI}^*)(1+n)}{\beta_{PRI}^*(1 - \alpha_{PRI})}$ , exceptionally

shown here.

In:  $\tau_{PRI}^*(i_{PRI}) = \frac{\alpha_{PRI}(1 - \beta_{PRI}^*)(1+n)}{\beta_{PRI}^*(1 - \alpha_{PRI})} + \frac{\alpha_{PRI} \cdot n(1 - \alpha_{PRI})}{\beta_{PRI}^*(1 - \alpha_{PRI}) \cdot i_{PRI}}$ ; for hyperbolas, see Appendix

at the end of this book.

$g_{Y(PRI)}^* = g_{y(PRI)}^*(1+n) + n$  : the growth rate of per capita output.

$r_{PRI}^* - g_{Y(PRI)}^*$  : the cost of capital.

$v_{PRI}^* = \frac{V_{PRI}^*}{K_{PRI}} = \frac{r_{PRI}^*}{r_{PRI}^* - g_{Y(PRI)}^*}$  : the valuation ratio to prevent bubbles.

### Financial (Non-real) data at *IFS*, *IMF*:

$M$ : money supply as stock, where  $M2 = M$  when it is available.

$e$ : the exchange rate of each country to the US (item 'ae', in *IFS*, *IMF*).

$e_{(US)}$ : the exchange of the US. (for  $e_{(US)} / g_y^{**}$ ,  $g_y^{**} = g_y^* / g_{y(US)}^*$ , and  $e_{(US)}^* = e_{(US)} + (r^* - r_{(US)}^*)$ , see Six organic aspects in endogenous equilibrium, below).

$r_{DEBT}$ : 10 year debt yield, where  $r_{DEBT} = r_{M(DEBT)} = r_{M(10yrs)}$ .

$r_M$ : interest rate for the short term or Federal Funds Rate at the US and, EUFFR at the EU.

*CPI*: consumer price index (in the US).

Wage Index: 65ey at *IFS*, *IMF*.

Unemployment rate and related items: 67f; 67c.c; 67d; 67c, at *IFS*, *IMF*.

2. Seven endogenous parameters

- (1) Endogenous net investment to endogenous income,  $i = I / Y$ .
- (2) The rate of change in Population,  $n_E = n$ .
- (3) The relative share of capital,  $\alpha = \Pi / Y$ , where  $\alpha = \Omega^* / r^*$ .
- (4) The capital-output ratio,  $\Omega^* = K / Y$ .
- (5) The technology coefficient (or the quantitative net investment coefficient),  $\beta^*$ , (see below).
- (6) The diminishing returns to capital (DRC) coefficient.  $\delta_0 = 1 + LN(\Omega^*) / LN((1 - \beta^*) / \beta^*)$ .
- (7) The speed years for convergence in the transitional path,  $1 / \lambda^*$ , where the speed coefficient,  $\lambda^* = (1 - \alpha)n + (1 - \delta_0)g_A^*$ , where  $g_A^* = i(1 - \beta^*)$ .

Various functions to time indispensable to the literature have finally been converted to seven endogenous parameters at the endogenous system: from elasticity, differential, probability, and correlation coefficient to seven endogenous parameters with no time function.

3. Basic endogenous equations in the discrete time

1. The capital-output ratio,  $\Omega = K / Y$  and  $\Omega = \Omega^* = \Omega_0$ ;  $\Omega^* = \frac{\beta^* \cdot i(1 - \alpha)}{i(1 - \beta^*)(1 + n) + n(1 - \alpha)}$ .
2. The technology coefficients:  $\beta^* = \frac{\Omega^* (n(1 - \alpha) + i(1 + n))}{i(1 - \alpha) + \Omega^* \cdot i(1 + n)}$ .
3. The coefficient of diminishing returns,  $\delta_0 = 1 + \frac{LN(\Omega^*)}{LN(B^*)}$  and  $B^* = (1 - \beta^*) / \beta^*$ .
4. The level of technology (stock):  $A = TFP = k^{1 - \alpha} / \Omega$ .
5. The relative price level,  $p$ :  $p = 1$  always holds using  $p \cdot Y = w \cdot L + r \cdot K$  in the transitional path and the data-sets. In recursive programming by year,  $W \cdot L = \Pi \cdot K$  holds at convergence of the speed year time,  $t^* = t$ .
6. The relative share of capital,  $\alpha = \Pi / Y$ :  $(1 - \alpha) = \frac{c}{(rho/r)}$  and,  $\frac{K}{L} = \frac{(\alpha / (1 - \alpha))}{(r / w)}$  or  $k = \frac{w \cdot \Omega}{1 - r \cdot \Omega}$ .
7. The elasticity of substitutions,  $\sigma = \frac{-\Delta k / k}{\left( \Delta \left( \frac{r}{w} \right) \right) / \frac{r}{w}}$ . At KEWT data-sets by country and sector, this *sigma* sharply fluctuates by year. In the transitional path by year, however, if numerator and denominator each are an average of two periods,  $t$  and  $t - 1$ , this sigma is exactly equal to 1.0000 (see recursive programming in Chapter 16).

8. The rate of return,  $r = \Pi / K$  and  $r = r^* = r_0 : r = \alpha / \Omega$ . If deficit is zero, this endogenous rate of return corresponds with the rate of profits in the literature.
9. The rate of technological progress and the growth rate of per capita output:  $g_A^* = i(1 - \beta^*)$  and  $g_Y^* = g_A^* / (1 - \alpha)$ .
10. The growth rate of output,  $g_Y^* = \frac{g_A^*(1+n)}{(1-\alpha)} + n$ . For full-employment, the speed years,

$1 / \lambda^*$ , must be adjusted for moderate equilibrium, under  $n_E = n$ .

11. The endogenous Phelps coefficient,  $x = r^* / g_Y^*$  and  $x = \alpha / (i \cdot \beta^*) : r^* = \left( \frac{\alpha}{i \cdot \beta^*} \right) g_Y^*$ .

This endogenous coefficient corresponds with the exogenous Phelps coefficient.

12. The cost of capital,  $CC = C \text{ of } C : CC = r^* - g_Y^*$ . This endogenous cost of capital corresponds with the users' cost of capital and the market cost of capital.
13. The valuation ratio,  $v^* = r^* / CC = V / K : v^* = r^* / (r^* - g_Y^*)$ . This value is a best litmus paper to prevent bubbles by country and among countries.
14. The rate of inflation or deflation,  $\text{inf. rate} : \text{inf. rate} = r_{HA(r)}$ , where  $r_{HA(r)}$  is the horizontal asymptote (HA) in the hyperbola function of the rate of return to the ratio of net investment to output,  $r(n)$ . If  $r_{HA(r)} < 0$ , it shows the rate of deflation (for hyperbola notations and equations, see Appendix at the end of this book).  $r_{HA(r)}$  is shown by  $HA_{r(i)}$  or  $HA_{r'(i)}$  in the Excel operation to make it clearer.
15. The rate of return, nominal and real:  $r_{NOMINAL} = r_{REAL} + \text{inf. rate}$ , where  $r^* = r_{NOMINAL}$ .

In the case of  $r_{HA(r)} < 0$ , the real rate of return is higher than the nominal rate of return:  $r_{REAL} > r_{NOMINAL}$ .

Some countries have experienced the rate of deflation historically. The government sector often falls into deflation due to extreme deficit over years. But, the total economy usually does not fall into deflation partly due to perfect competition at the private sector. Unique exception is Japan. The total economy of Japan has consecutively experienced the rate of deflation after government saving turned to minus in 1991. Globalization is not a true cause of deflation but endogenously remains an excuse.

16. The real growth rate of output:  $g_{Y REAL}^* = g_Y^* - HA_{g_Y^*}$ , where  $HA_{g_Y^*} = HA_{r'(i)} \frac{i \cdot \beta^*}{\alpha}$  and  $(i \cdot \beta^*) / \alpha$  is the inverse of the endogenous Phelps coefficient. This  $g_{Y REAL}^*$  theoretically corresponds with the real growth rate of GDP in statistics.



4. Six organic aspects in endogenous equilibrium by country and sector

**Aspect 1** shows a base for endogenous situation from the aspect of costs of capital

Aspect 1 endogenously measures the rate of return and cost of capital (as the rate of return less the growth rate); for nominal=real+ inflation in equilibrium.

Nine items: The horizontal asymptote of  $r^*(i)$ ,  $HA_{r^*(i)}$ ; The endogenous inflation rate,  $r^* - HA_{r^*(i)}$ ; The valuation ratio,  $v = \frac{r^*}{r^* - g_y^*}$ ; The real and nominal costs of capital by sector,  $CC_{REAL}^*$ ,  $CC_{REAL(G)}^*$ ,  $CC_{REAL(PRI)}^*$ ;  $CC_{NOMINAL}^*$ ,  $CC_{NOMINAL(G)}^*$ ,  $CC_{NOMINAL(PRI)}^*$ .

**Aspect 2** shows a base for endogenous situation from the aspect of endogenous equilibrium

Nine items: The speed of years by sector,  $1/\lambda^*$ ,  $1/\lambda_G^*$ ,  $1/\lambda_{PRI}^*$ , where speed years is  $\lambda^* = (1 - \alpha)n + (1 - \delta_0)g_A^*$ .

The actual and endogenous ratios of net investment to output, and the difference,  $i_{actual}$ ,  $i_{Endogenous}$ ,  $i_{actual-endog}$ .

Deficit, the balance of payments, and the difference:  $\Delta d$ ;  $s_{PRI} - i_{PRI}$ ;  $bop = BOP/Y$ .

**Aspect 3** shows a base for endogenous situation from the aspect of the endogenous NAIRU (the non-accelerating-inflation rate of unemployment)

Nine items: The actual growth rate of population, Its rate of change in equilibrium, and The difference, by sector:  $n$ ,  $n_{EG} - n$ ,  $n_{E PRI} - n$ ;  $n_{EG} - n_G$ ,  $n_{E PRI} - n_{PRI}$ .

The actual rate of unemployment; *Unem rate(actual)*.

The rate of change in *CPI* (consumers' price index);  $g_{CPI(actual)}$ .

A compound rate of inflation to test the quality of *CPI*;  $Infla\ rate_{COMPOUND} = r_{DEBT} - (r^* - HA_{r^*(i)})$ , where  $r^* - HA_{r^*(i)}$  is the endogenous rate of inflation.

**Aspect 4** shows a base for endogenous situation from the aspect of technology-oriented robustness and economic stage

Aspect 4 wholly ties up technology, robustness and economic stage.

Ten items: The horizontal asymptote of  $\beta^*(i)$  by sector:  $HA_{\beta^*(i)}$ ;  $HA_{\beta^*(i_G)}$ ;  $HA_{\beta^*(i_{PRI})}$ .

The horizontal asymptote of  $\Omega^*(i)$  by sector:  $HA_{\Omega^*(i)}$ ;  $HA_{\Omega^*(i_G)}$ ;  $HA_{\Omega^*(i_{PRI})}$ .

The Width of  $\Omega^*(i)$  by sector:  $Width_{\Omega^*(i)}$ ;  $Width_{\Omega^*(i_G)}$ ;  $Width_{\Omega^*(i_{PRI})}$ .

The Width divided by the HA:  $Width_{\Omega^*(i)} / HA_{\Omega^*(i)}$ .

**Aspect 5** shows a base for endogenous situation from the aspect of the balance between growth and returns

Ten items: The relative share of capital,  $\alpha$ .

The diminishing returns to capital (DRC) coefficient,  $\delta_0$ .

The qualitative net investment coefficient,  $\beta^*$ .

The capital-output ratio,  $\Omega = \Omega_0 = \Omega^*$ .

The rate of technological progress,  $g_A^* = i(1 - \beta^*)$ .

The endogenous Petersburg coefficient,  $\alpha / i \cdot \beta^*$ , where  $r^* = g^* \left( \frac{\alpha}{i \cdot \beta^*} \right)$ .

The rate of return by sector:  $r^*$ ;  $r_G^*$ ;  $r_{PRI}^*$ .

Sustainable diminishing to constant level,  $\delta_0 / \alpha$ .

**Aspect 6** shows a base for endogenous situation from the aspect of the balance between real assets and financial/market assets (or, the neutrality of financial assets to real assets, as shown in *Int Adv Econ Res* 16: 282–296).

Ten items: The money-neutral indicators:  $m_K = M2 / K$ ;  $m = M2 / Y$ ;  $m_{\Pi} = M2 / \Pi$ .

The difference between the market rate and endogenous ratio:  $r_{DEBT} - r^*$ ;  $r_{DEBT} / r^*$ .

The exchange rate-neutral indicators are composed of the following five:

- (1) The exchange rate to the US (item ‘ae’, in *IFSY*, IMF) divided by the relative growth rate of per capita output,  $e_{(US)} / g_y^{**}$ , where  $g_y^{**} = g_y^* / g_{y(US)}^*$ .
- (2)  $r_{DEBT} - r^*$ .
- (3)  $e_{(US)}^* = e_{(US)} + (r^* - r_{(US)}^*)$ .
- (4)  $e_{(US)} / e_{(US)}^* = e_{(US)} / (e_{(US)} + (r^* - r_{(US)}^*))$ .
- (5)  $e_{(US)} / y^{**}$ , where  $y^{**} = y^* / y_{(US)}^*$ .

### 5. Structural hyperbolas of $\alpha = r^* \cdot \Omega^*$ each to $i = I / Y$ and $n_E = n$

Hyperbolas here are limited to the core of the whole version. The whole hyperbolas are each precisely explained at Appendix at the end of this book. For geometrical philosophy behind hyperbolas, related to dimensions, see Chapter 10.

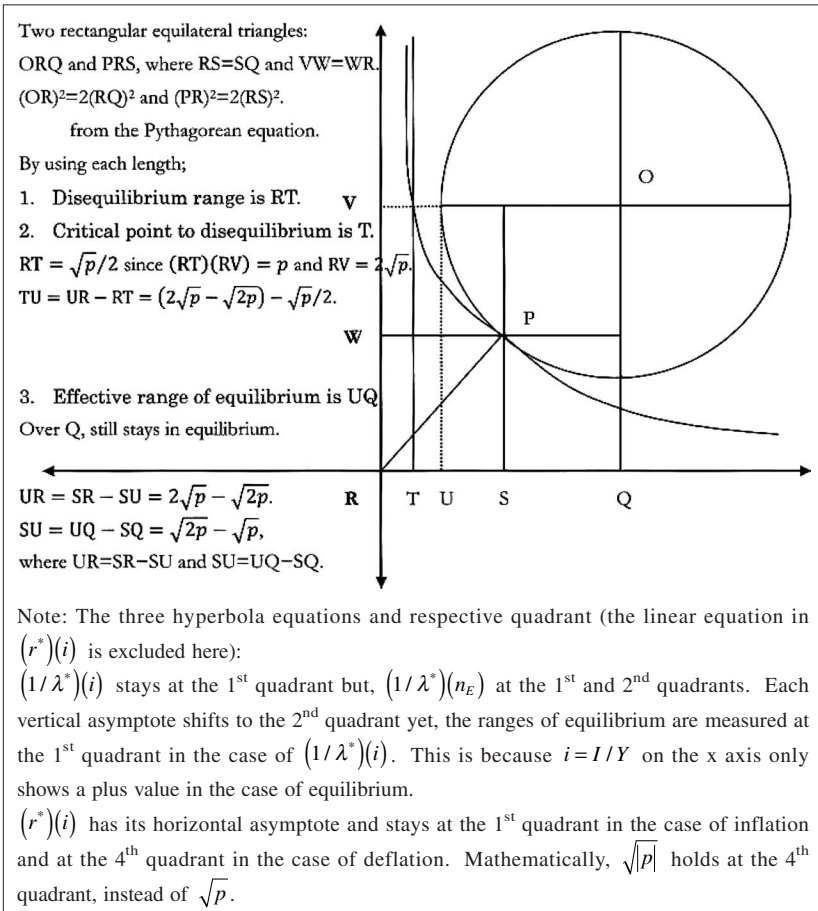
It is useful for policy-makers to watch and test rectangular hyperbolas and graphs that correspond with endogenous equations. Let the author start with the rectangular hyperbola

$y = h(x)$ , by setting  $h(x) = (cx+d)/(ax+b)$ .  $y = h(x)$  is now shown by  $y = \frac{c}{a} + \frac{d - \frac{b \cdot c}{a}}{ax + b} =$

$\frac{c}{a} + \frac{f}{ax + b}$ ,  $f = d - \frac{b \cdot c}{a}$ , and  $\left( y - \frac{c}{a} \right) \left( x + \frac{b}{a} \right) = \frac{f}{a}$ . The author, up to date, has used

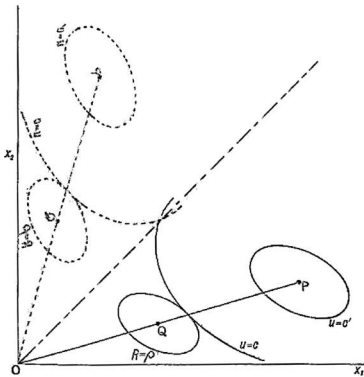
the terminology of ‘the hyperbolic functions’ including one ‘linear function’ but, this terminology is not correct mathematically. In short, it is true that ‘the hyperbola’ must be mathematically distinguished with the author’s rough use of ‘the hyperbolic function.’ The rectangular hyperbola has five numbers such as the vertical asymptote (VA), the horizontal asymptote (HA), the Width, the Shape, and the Curvature. VA is defined as  $-\frac{b}{a}$  and HA is defined as  $\frac{c}{a}$ .

For the measurement of the Width, the Shape, and the Curvature, a definition of ‘the top of the rectangular hyperbola’ is prerequisite. This is defined as the cross point of the

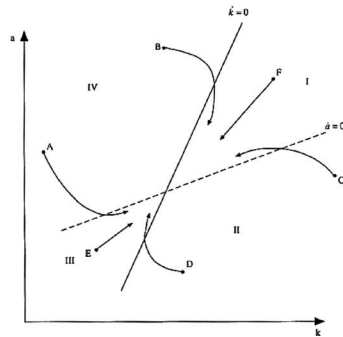


rectangular hyperbola and the 45 degree (diagonal) line whose origin is the cross point of the horizontal and vertical asymptotes. Assume that the  $VA$  and the  $HA$  are each zero. In this case, the origin of the above diagram equals the origin of the  $x$  axis and  $y$  axis. ‘The rectangular equilateral triangle’ inherent in the rectangular hyperbola is formed by the two points, the diagonal origin and the top of the rectangular hyperbola.

‘The oblique line’ of the rectangular equilateral triangle is the length determined by the diagram origin and the top of the rectangular hyperbola. This oblique line is called the Shape and defined as  $\sqrt{2\left|\frac{f}{a}\right|}$ . ‘The base’ of the rectangular equilateral triangle is the Width and defined as  $\sqrt{\left|\frac{f}{a}\right|}$ . ‘The curvature of the rectangular hyperbola’ exists innumerable but, is here measured at ‘the top of the rectangular hyperbola,’ and accordingly, as the inverse number of the square root of the Shape:  $1/\sqrt{2\left|\frac{f}{a}\right|}$ . The Shape is upward to the right when  $\frac{f}{a} > 0$ , and the hyperbola spreads at the 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> quadrants. The Shape is downward to the right when  $\frac{f}{a} < 0$ , and the hyperbola spreads at the 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> quadrants. Main quadrants of the various hyperbolas locate at the 1<sup>st</sup> and, exceptionally at the 4<sup>th</sup> quadrants. Regardless of the sign of  $a/f$ , the Width, the Shape, and



T.S. Eicher, S.J. Turnovsky / Journal of Economic Dynamics & Control 25 (2001) 85–113



Note: the author added plotted lines to Ramsey’s lines symmetrically (for a problem related to asymmetric, see Papageorgiou et al (*Journal of Money Credit and Banking* 39, 1–24, 2007)). The author indicates that asymmetrical and asymptotic treat the same results and are divided into equilibrium and close-to-disequilibrium; empirically by country, sector, and year, and over years.

Hideyuki Kamiryō: Essentials of Earth Endogenous System: English and Japanese Version  
 the Curvature remain each unchanged; when  $a/f$  is minus, its absolute value is used.

The author uses the same subscript to the above five numbers by hyperbola. For example, the five numbers of  $r^*(i)$  are expressed as  $VA_{r^*(i)}$ ,  $HA_{r^*(i)}$ ,  $Width_{r^*(i)}$ ,  $Shape_{r^*(i)}$ , and  $Curvature_{r^*(i)}$ . In the Excel of KEWT 4.10 for 59 country data-sets by sector 1990–2008, the author pays attention to the use of the  $x$  or  $y$  axis by number. This treatment is shown as, e.g.,  $i_{VA(r^*)}$ ,  $r_{HA(i)}^*$ ,  $i_{Width(r^*)}$ ,  $i_{Shape(r^*)}$ , and  $Curvature_{r^*(i)}$ . This treatment is convenient to the direct addition and subtraction; In the case of the use of the  $x$  axis,  $i_{VA(r^*)} + i_{Width(r^*)}$ , instead of  $VA_{r^*(i)} + Width_{r^*(i)}$ .

Finally, let the author explain the relationship between the topology in the literature and the above hyperbola. To the author's understanding, the ultimate topology was shown by the RHD of the figure below. This topology was drawn by Eicher and Turnovsky, on page 93, *JED&C* 25, 2001, as two-dimensional transition paths in two-sector non-scale models. The author found another topology as shown by the lower part of the LHS of the figure below. This topology was drawn by Ramsey, A. C. under the title of "A Contribution to the Theory of Taxation, *Economic Journal* 37, page x, 1927.

No problem exists between 1927 and 2001 if topology is drawn symmetrically in two dimensions. The author advocates that the diagonal of  $45^0$  derives symmetric position. The difference of circle or ellipsoid does not matter. The endogenous system, fortunately, made it possible to empirically replace topology by hyperbola function. It is beyond description to have econometrics improved continuously over years, freely and broadly selecting actual and statistics data. The literature takes the continuous case and growth accounting, while the endogenous system the discrete case. Both have the same results. The endogenous system, fortunately, made it possible to prove that equal relationship between flow and stock, starting with capital stock, in the transitional path using recursive programming as wholly shown in Chapter 16.

Theories and history are connected in the literature but, empirically not always correctly. The endogenous system expresses theory, practice, and history simultaneously. Our direction follows the same universal route, as pursued by Samuelson, Paul. A. and/or differently, by Friedman, Milton. Our direction holds under the neutrality of real-assets to financial/market assets, cooperatively with the market principle (see Chapters 2 and 14). Results using the continuous time are equal to those using the discrete time. It implies that methodology using the continuous time will continue to progress. Also, topology and geometric non-numerical version in the economic literature are now numerically expressed by hyperbolas. Hyperbolas using two dimensions are justified from the scientific discovery point of view (see Chapter 10). Natural science apparently progresses much rapidly than social science, 2012.

## Appendix 2

### Equations at the transitional path using recursive programming: towards endogenous turnpike

1. Fundamental values and ratios at KEWT that correspond with Sato's (285, 1981):

$$Y(t) = y(t) \cdot L(t). \quad y(t) = A(t) \cdot k(t)^\alpha. \quad A(0) = \frac{k(0)^{1-\alpha}}{\Omega(0)}. \quad A(t) = A(t-1) + i_A(t).$$

$$i_A(t) = \frac{i(t)(1-\beta(t))}{k(t)^{\delta(t)}}. \quad i(t) = y(t) \cdot i. \quad L(t) = 1(1 + L_0)^t.$$

$$P(t) \cdot Y(t) = r(t) \cdot K(t) + w(t) \cdot L(t). \quad r(t) = \alpha / \Omega(t). \quad w(t) = (1 - \alpha) \cdot y(t).$$

$K(t) = k(t) \cdot L(t)$ . For  $K(0)$ , see C6 to measure 'K & r' in Monograph, 2012.

$$2. \text{ Simultaneously, } C(t) = W(t) \cdot \left( \frac{rho}{r} \right). \quad C(t) = T(t) \cdot c(t). \\ Y(t) = C(t) + S(t) = W(t) + \Pi(t).$$

$$i_K(t) = i(t) \cdot \beta(t). \quad i(t) \neq i_K(t) + i_A(t).$$

$$\Omega(t) = k(t) / y(t). \quad k(t) = \frac{k(t) + i_K(t)}{1+n}. \quad rho(t) = \left( \frac{rho}{r} \right) r(t).$$

For ratios, simply set  $L(0) = 1.0000$  and  $L(t) = 1 \cdot (1+n)^t$ . For values,  $L(0) = \text{population (STOCK)}$ .

3. Two proofs hidden at Sato's two Conservation Laws (see figures at the end):

- 1). The elasticity of substitution = 1.000:  $\sigma = -\frac{\Delta k / k}{MRS / (r / w)}$ , using consecutive average; e.i.,  $\Delta k_t = (k_t - k_{t-1}) / ((k_t + k_{t-1}) / 2)$ .  $MRS_t = \Delta r_t / \Delta w_t$ .
- 2). The relative price level = 1.000:  $p(t) = P(t) \cdot Y(t) / Y(t)$ , newly defined, to justify the endogenous-equilibrium.

4. Proofs to add to Sato's two Conservation Laws (see figures at the end):

$$g_k(t) = g_{K/L}(t). \quad g_{\Omega}(t) = g_{K/Y}(t).$$

(both are derived from the above 2).

5. Proof of productivity growth, at convergence in the transitional path, using FLOW and

STOCK:

$g_{A(FLOW)}(t^*) = g_{TFP(STOCK)}(t^*)$ , where A=total factor productivity (TFP) as STOCK.

$g_{A(FLOW)}(t^*) = i(t^*) \cdot (1 - \beta(t^*))$ .  $A_{TFP(STOCK)}(t^*) = A_0(1 + g_{A(FLOW)}(t^*))^{1/\lambda^*}$ .

6. Proof at KEWT database, differently from the above  $g_{TFP(STOCK)}(t^*) = g_{A(FLOW)}(t^*)$ :

Starting with endogenous Conservation Laws,  $\Omega = \Omega^* = \Omega_0$  and  $r = r^* = r_0$ , under  $\alpha = const.$ :  $\alpha = r^* \cdot \Omega^*$ ,

1).  $A^* = A_0(1 + g_A^*)^{1/\lambda^*} = k^{*1-\alpha} / \Omega^*$ .  $k^* = (A^* \cdot \Omega^*)^{1/1-\alpha}$ .  $y^* = A^* k^{*\alpha}$ .

2).  $L^* = L_0(1 + n)^{1/\lambda^*}$ .  $K^* = k^* L^*$ .  $Y^* = A^* K^{*\alpha} L^{*(1-\alpha)}$ . Or,  $Y^* = y^* L^*$ .

3). Equations prevailing commonly to KEWT and its recursive programming,

$A(t) = \frac{k(t)^{1-\alpha}}{\Omega(t)}$ . (See Note 11 on page25, PhD thesis, 2003/Nov).

$1/\lambda^* = 1 / ((1-\alpha)n + (1-\delta_0)g_A^*)$ .

$\Omega^* = \frac{\beta^* \cdot i(1-\alpha)}{i(1-\beta^*)(1+n) + n(1-\alpha)}$ .  $\beta^* = \frac{\Omega^* (n(1-\alpha) + i(1+n))}{i(1-\alpha) + \Omega^* \cdot i(1+n)}$ .  $\delta_0 = 1 + \frac{LN(\Omega^*)}{LN(B^*)}$

and  $B^* = (1 - \beta^*) / \beta^*$ .

$r_{\beta_0-\beta^*} = \frac{LN(\beta_0) - LN(\beta^*)}{speed\ years}$ .  $r_{\delta_0-\delta^*} = \frac{LN(\delta_0) - LN(\delta^*)}{speed\ years}$ . (Limit of errors to each

discount rate is negligible).

これから、日本語ヴァージョンに入ります。わかりにくいところを、一緒に考え、反復してみましょう。2次元では、円が描かれます。それでも、KEWTデータベースは、時空が入っております。そうでなければ、前提ゼロのマクロ内生式が各国縦横に、また、時間的に前後して、あらゆるパラメータと変数とともに、数十年同時に整合的に働くことは、不可能です。これは、不思議です。KEWTデータベースは、目で確認できるように、そうなっております。ということは、何を意味するのでしょうか？

2次元でも、楕円を描いて差し支えないし、楕円のほうが自然にしたがうということです。では、なぜ経済の文献では、円や双曲線のみをみることがないのでしょうか？円を背後に控える双曲線は、左右対称的という点で失格です。直線が扱いやすいためです。円は、双曲線から離れます。円は三角関数 sin, cosin, そして指数関数  $e^x$  と結びつきます。三角関数と指数関数とは、相性がいいようです。虚数を取り込み、式に行き止まりがありません。虚数は、いまや、どんな世界にも、充満しているとされてきております。

では、なぜ KEWT データベースは、双曲線に固執するのでしょうか？内生式は、すべて双曲線に約分でき、なかでも、利潤率の投資率関数では、直接的に、内生インフレ・デフレ率を測定できるためです（デフレは政府部門の大赤字の結果を証明）。円で表現されても、2次元の平面は、時空を含む虚の世界をすべて反映しております（証明は、Iyonoishi, 2012）。もともと、時空は二つの次元（高さと時間）を要します。しかし、実の世界は、量子物理学が証明したように、1を引いて、1次元分になり、扱いやすくなります。

### 内生システムの政策への役割

内生システムは、有機的な、政策本位の文献上はじめての社会・経済システムです。その特徴は、つぎのとおりです。

1. 世界のどのような国にも、普遍的に役にたつように、国別の実物経済の政策にたいして、その原因・結果を年別に、直ちに示します。
2. 年別・部門別の（政府部門と民間部門との加重平均が国全体の貨幣単位数値となるように）技術進歩率は、文献上、はじめて測定されます。
3. 技術進歩率改善の要因は、二つです。最適を志向し、実現します。(1) 総投資から減価償却を差し引いた値、即ち純投資は、年々激動しやすいなかで、つねにプラスを維持、しかも、より少ない投資で、大きい内生利潤率がより大きくなること。(2) 質的純投資係数（ベータ）が non-rival の教育や R & D を中核として、長期に改善を続けていること。
4. 技術進歩率は、政府部門と民間部門とが中庸を志向して、バランスのとれる範囲内にあること。
5. 政策の controllability にゆとりをもつことこそ、持続的成長の要です。それは、実際データ（統計データ）が内生データ（理論値）の一定の範囲内に収まるようにすることに置き換えられます。それは、均衡への収束年数が moderate range にあるのかどうかに尽きます。ただちに必要な政策を七つの内生パラメータを通して、年々実行することに尽きます。
6. 内生システムは、その結果、成長とマクロの機会平等とのバランスを維持できます。しかも、収束年数が moderate range にあるかぎり、完全雇用と低いインフレ率を保証します。



7. ある地域での実験がそのような事実を示す場合、内生システムは、別の地域に移すことが容易です。国や地域の個性は、globalization と両立するように設計されているためです。
8. 内生システムは、どのような哲学や理念のもとでも、成立します。為政者の理念が人類の崇高な目標に近いほど、徳を子孫や他国に残し、世界を平和に導きます。

以上

On 29 July 2012

### 地球内生システム (Earth Endogenous System; EES) の本質: 項目 (1)-(10)

- (1) 現存する経済関係文献と地球内生システム (EES) との差異
- (2) Jorgenson and Griliches (1967; J & G) ならびに Jorgenson (1966) の TFP 成長率説と地球内生システム (EES)
- (3) 限界代替率と限界生産力説との数値的一体化の確認
- (4) 基本的資本・労働概念設定の異同: Jorgenson (1963, 1966) ならびに J & G (1967) の上に
- (5) 価格均衡と内生均衡: 行動科学の限界拡大と中庸の定義
- (6) 均衡と収束均衡点との関係: database と recursive programming (RP) との関係
- (7) 収束年数と利潤率および成長率の相互関係
- (8) Samuelson's (1942, 1975) 財政赤字不可の科学的発見とその延長線上にある EES 実証
- (9) Krugman's (*New York Times* dated on July 1, 2012) 見解に対する根本的解決策
- (10) EES 正当化の根源: Sato' (1981) Lie 理論導出の二つの保存則 Conservation Laws

#### (1) 現存する経済関係文献と地球内生システム (EES) との差異

1. 文献は、文献毎に、前提の設定が多い。ここに、前提相互の関係を数値的に詰めることは、不能である。それが文献の持つ性格、特質である。たとえば、限界代替率 (marginal rate of substitution) と資本ならびに労働限界生産性 (marginal productivity theory of capital and labor) との一体的解明に踏み込み得ない。文献の特質は、都合がいいようで、文献内容の持つ思考限界をもっとも端的に示してしまう。
2. EES は、一切の前提を測定に置き換えている。それを可能にしたのは、完全な内生化 (pure endogenous without assumption) という核心的概念とそれを体現した七つの内生パラメータ (seven endogenous parameters that are each formed by equations) があらゆるパラメータと変数を整合的に測定させたためである。さら

に、前提ゼロは、資本測定に避けられない initialization 問題を解決に導く。

3. 文献は、需給の価格水準とともに、すべての対象を研究する。市場経済の宿命である。EES は、マクロ実物経済のすべての対象を内生均衡のもとに研究する。そうでありながら、年毎に、要素別、市場別のタテ割りの価格水準をマクロ全体としての相対価格水準  $p = 1.000$  に置き換えて、マクロ実物経済の均衡を database でも、年ごとの移行過程でも、整合性を完全に維持する。マクロ価格水準の変動は、インフレ率である。インフレ率は、実物経済の内生均衡下、利潤双曲線の水平漸近線値 ( $HA_{r(i)}$ ) によって年毎に測定される。
4. EES に固有のマクロ実物経済内生均衡は、金融・市場経済の市場均衡とも整合する。金融・市場経済の中立性は、貨幣供給  $M2$ ・為替相場・10 年国債利回りという外部データを、対応する実物経済の均衡値と比較して、実証した。
5. 文献は、vector が当然に成りたつとする。しかし、その論証は、線形の一部の領域にとどまる。Pareto 最適も、同様である。EES は、狭い領域において内的最適をつねに測定できる。
6. 文献は、科学的事実と発見を研究対象とする。EES は、そのような研究対象を踏襲する。しかし、同時に、現在の (current) 精神的レベルの向上 (絶対的存在の創造性) という
7. 基軸を別に設定して、科学的事実と発見に段階的位置づけを賦与する。結果は精神的レベルの向上を反映する。家庭、地域、社会、国、世界、そして、宇宙へと unity one が広がる。理想ではなく、現実なのである。人類は、平和な創造的な絶対界に向かう。

(2) Jorgenson and Griliches (1967; J & G) ならびに Jorgenson (1966) の TFP 成長率説と地球内生システム (EES)

1. J & G (1967) の所説は、Solow (1957) の経済学的な output/input 生産性成長率に重複部分の含まれることを、計量経済的な立場から反証する。output/input 全要素生産性 (total factor productivity; TFP) の重複部分を除いた成長率は、投資フローから測定できることになった。地球内生システム (EES) は、資本ストックと投資フローとの関係をシステム全体の立場から整合させる。TFP 成長率は、フロー成長率ではなく、資本ストックの技術進歩率である。そして、資本ストック TFP 技術進歩率と資本フロー (投資) 技術進歩率との内生数値的關係を全体的に同時に測定する。
2. J & G は、限界代替率 (marginal rate of substitution = 1.000) という前提のみを取り上げる。EES は、限界代替率という前提が限界生産力説 (marginal productivity theory) という前提と不可分の関係にあることを解明、内生数値的に証明する。
3. J & G は、完全競争を前提として残す。EES は、限界代替率と限界生産力説とをシステム全体として内生化したため、完全競争という前提までも内生化した。
4. Jorgenson (2, 1966) は、検証結果の異同がモデルの相違からくるものでなく、前

提の相違のみからくるものと、繰り返し説明した。この説明に、深く賛同する。EES は、あらゆる前提を取り払っているからである。

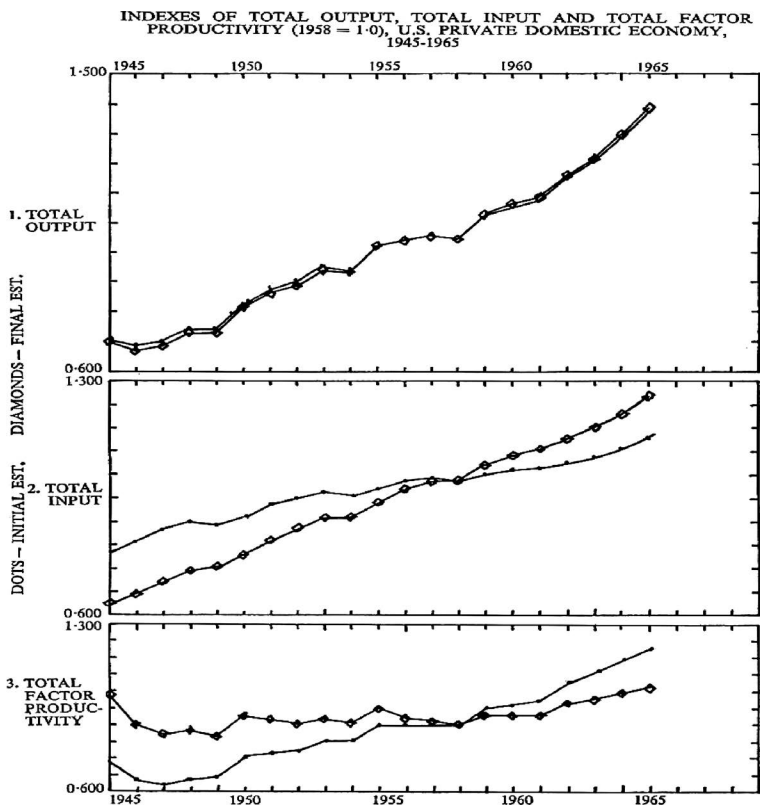
5. なぜ、J & G ならびに Jorgenson は、ストックとフローとの本質に踏み込み得なかったのか？需要と供給との価格体系と市場原理のもとに、ミクロの効用関数に依拠するという新古典派枠組みに止まったためである。ミクロからマクロへのパラダイム拡充に踏み込む方法論をもたなかったためと思われる。
6. EES は、完全な内生化を浸透させて、マクロ枠組みの革新的な内生化システムというパラダイムを構築した。EES は、実物経済 (real-assets) に基礎をおく。green economics は、有限の資源をもつ地球にとって不可欠である。EES は、金融経済 (financial/market-assets) を中立にさせ得るだけの均衡数値を測定する。市場原理と整合し、バブルを拒否する。

### (3) 限界代替率と限界生産力説との数値的一体化の確認

1. 限界代替率と限界生産力説とは、価格均衡 (the price-equilibrium) のもとに成立する。それは、オイラーの定理 (Euler's theorem) の示すとおりである。EES は、金融経済中立化 (neutrality of financial/market-assets to real-assets) を実証している。
2. 連続コブ・ダグラス生産関数は、新古典派理論やオイラーの定理に強くなじむ。しかし、連続の場合の内生化は、一部にとどまり、全システムに整合的に波及し得ない。
3. 離散コブ・ダグラス生産関数は、会計・財務・国民経済計算・統計というデータに強くなじむ。しかし、それに関係するパラメータに要求される式は、線形ではないし、双曲線に約分される。EES は、文献上はじめて、7つの内生パラメータをすべて全システムに整合的に測定できた。
4. 離散の場合に、限界代替率が限界生産力説に溶け込んで、一体として検証できる。その方法は、資本と労働 (capital, K, and labor/population, L) のストック増分の操作に尽きる。
  - 1)  $\Delta L$  は、与えられたままとする： $\Delta L^* = \Delta L$ 。
  - 2)  $MPL = \Delta Y^*/\Delta L^*$  の算出： $\Delta Y$  を調整して、 $\Delta Y^*$  を算出する： $\Delta Y^* \neq \Delta Y$ 。
  - 3)  $MPK = \Delta Y^*/\Delta K^*$  の算出： $\Delta K^* \neq \Delta K$  であるが、直接的に、 $\Delta K$  を調整して、 $\Delta K^*$  を算出しない。 $\alpha = \Omega \cdot r$  という関係を優先させるためである。
  - 4)  $\Omega = \Omega^* = \Omega_0$ , かつ、 $r = r^* = r_0$  であるから、 $\Omega^* = \Omega_0$  となるように、 $\Delta K$  を調整して、 $\Delta K^*$  を算出する。
  - 5)  $\alpha$  は、そのままであり、変動しないので、上記の 3), 4) の結果における誤差を確認する。
5. 連続の微分を適用すると、 $\alpha = \Omega \cdot r$  という優先的な枠組みを維持できない。単純なタテ割りの場合、連続の結果と離散の結果とは、一致する。一つのシステム内であっても、連続の結果は離散の結果に、最終的には一致するであろうことを、将来の課題に据えたい。

(4) 基本的資本・労働概念設定の異同 : Jorgenson (1963, 1966) ならびに J & G (1967) の上に

1. 資本ストック関係 : 関係文献は、資本を量的に留めようとする (homogenous of degree one)。質的な資本ストックは、output/input を取り上げる全要素生産性 (total factor productivity, TFP) や人間資産ストック (human capital) に吸収しようとする。EES は、資本から量を分離しない。資本は、質・量を分離できないという事実を是認する。
2. 労働・人口ストック関係 : 関係文献は、労働を量とする。労働の質は、人間資産 (human capital) に分離しようとする。EES は、労働から量を分離しない。労働は、



Note: output/input 内の重複部分の検証結果 : Jorgenson (273, 1966)

質・量を分離できないという事実を是認する。

3. 資本フロー関係：関係文献は、資本フローを投資として分離する。資本ストックと投資とは、別である。EES は、投資フローこそ、資本関係の質を最優先的に分離できることを実証した。しかも、資本ストックと投資フローとは不可分の関係にあり、全体的に整合を維持し、一体化している事実を実証する。
4. 労働フロー関係：関係文献は、ストック関係に合わせて、労働増減フローを量として把握する。EES は、労働増減から量を分離しない。労働増減フローも、質・量を分離できないという事実を是認する。質・量の分離は、技術進歩率に任される。
5. 技術進歩率のフロー関係：関係文献は、フローの技術進歩率を、外生的とするほかない。EES は、フローの技術進歩率を、はじめて完全に内生的に測定した ( $g_A^* = i(1 - \beta^*)$ )。
6. 技術進歩率のストック関係：関係文献は、外生的なフローの技術進歩率を捨て、output/input 関係という技術進歩率に依拠する途を選んだ。技術進歩率を、output/input 関係の全要素生産性 (total factor productivity, TFP) の成長率によって見積もる途を選んだ。ここに、Jorgenson (273, 1966) による output/input 内の重複部分の検証結果が輝く (原典グラフを Note として引用)。EES は、全要素生産性 (total factor productivity, TFP) をストックとしての TFP 技術進歩率に置き換えた。TFP 技術進歩率は、離散型コブ・ダグラス生産関数から導出される ( $g_{TFP}^* = k^{*(1-\alpha)}/\Omega$ )。ストック TFP 技術進歩率とフロー技術進歩率とは、つねに同時並行的に測定される。取束点 \* では、フロー技術進歩率 = 技術進歩率 ( $g_A^* = i(1 - \beta^*) = g_{TFP}^* = k^{*(1-\alpha)}/\Omega$ ) を検証済み。

#### (5) 価格均衡と内生均衡：行動科学の限界拡大と中庸の定義

1. 文献は、個人の効用・産物、サーヴィス別需給関係・価格均衡に、枠組みの基礎を置く。文献は、ミクロ理論に限定すると正しいが、ミクロをマクロとの一体化や全体的な実証を果たし得ない。また、行動科学的分析の取り込みは、与えられた精神的レベルを固定化して成立するという条件付きにとどまる。
2. EES では、人間意思決定の精神的レベルの向上は、それに見合った科学領域の時空拡大を可能にする。しかし、意思決定の一定の精神的レベルは、その時空の科学領域に含まれる。意思決定のレベル向上は、科学領域のそと、大自然・絶対界に直結していると解される。
3. 文献は、科学的事実や発見に繰り返しを必要とする。いわば、精神的レベルを固定化して、価格均衡を静止的に把握する。価格均衡の移ろい自体に内的矛盾をはらむ。
4. EES は、すべての数値が動的バランスのもとにある。二度と同じことを繰り返さない事実と整合している。EES は、統計データと内生データとを結び付けており、動的バランスをつねに離散的に測定する。
5. EES は、科学領域をヨコ軸に、精神的レベルをタテ軸にとると、その原点に究極

- 的な目標をもつ。この構図を社会科学の交叉図（Cross-Roads Scientific Discovery Diagram）と命名する。動的バランスの制御可能性は、静止的な原点に近い領域、即ち、中庸領域に収まる。自然科学では、その科学領域がヨコ軸上にとどまる。
6. 社会科学は、社会科学の交叉図をそのまま受けて差し支えない。一定の精神的レベルのタテ軸にクロスする水平線上を移動する。自然科学は、ヨコ軸上にとどまる。経済関係文献の場合、ヨコ軸上において、統計の実際データと内生データとは、不離不即の関係にある。中庸は、両極、すなわち、あらゆる善・悪を否定していない。行動科学の領域は、無限に拡大の余地を残す。

(6) 均衡と収束均衡点との関係：database と recursive programming (RP) との関係

1. 文献は、database と RP との関係を全体として整合的に確保できない。EES は、database と RP との関係を全一体として、整合的に確保している。
2. 文献は、価格均衡のもとに、database をもつ。外生的な技術進歩率のもとに、時間をヨコ軸にとって、収束均衡点を見積もりするが、収束均衡点の前後は、収束均衡点に収束するという枠組みにしたがう。この図解は、位相図と同様、実証ができない。
3. EES は、完全な内生データ測定のための database (KEWT 6.12, data-sets by sector, 1960–2010, for 81 countries) をもつ。収束均衡点は、収束速度\* で示される。収束均衡点の数値は、 $MRS, MPL = w, MPK = r$  を消化した数値\* として離散的に微分して算出される（別項参照）。収束均衡点数値\* は、時間の更なる経過とともに、発散するか、ゼロに収束する。
4. 実証として、国別・部門別に、現在の（current）均衡値から収束均衡点数値\* までが収獲逋減（DRC）であると、均衡点数値\* のあとは、収獲逋増（IRC）に転じて、発散する。現在の均衡値から収束均衡点数値\* までが収獲逋増（IRC）であると、均衡点数値\* のあとは、収獲逋減（DRC）に転じて、ゼロに収束する。
5. EES は、現在の（current）均衡値および収束均衡点数値\* の検証を RP を用いる移行過程（in the transitional path）において、再確認できる。
6. いくつかの基本概念、たとえば、相対的価格水準  $p = 1.000$  や  $\sigma = 1.000$  は、RP を用いて検証される。

(7) 収束年数と利潤率および成長率の相互関係

1. 文献は、収束年数と利潤率および成長率との関係を測定できない。技術進歩率との内生数値的關係が断ち切られているためである。EES は、収束年数と利潤率および成長率との関係を内生的に完全に測定する。
2. 文献は、もともと、利潤率ではなく、外生的に金利を活用する。したがって、何らかの方法で成長率を見積もっても、利潤率との関係には及び得ない。しかも、収束年数は、技術進歩率を外生的に与えている。収束年数と利潤率および成長率

は、それぞれ独立であり、全体としての整合性には向かない。

3. EES は、利潤率と成長率との関係を数値的に、Phelps (1961) の golden age and rule 構想を内生的 Phelps 係数に具体化した。しかも、その実物資産における原因をすべて七つの内生パラメータの変動によって明示した。
4. EES は、利潤率と成長率との関係を予防的にコントロールして、国の経済的根幹のありようを、国民性・文化・歴史尊重のもとに、長期に設定可能である。
5. 完全雇用も、低いインフレ率も、内生的にコントロールできる。
6. バブルは、内生的 Phelps 係数の数値目標にしたがって、完全に予防できる。

(8) Samuelson's (1942, 1975) 財政赤字不可の科学的発見とその延長線上にある EES 実証

1. Samuelson は、個人の効用関数に依拠し、乗数効果を手立てに、財政赤字の大きく存在するほど、政府支出 (government spending,  $C_G + I_G$ ) のプラスの効用は、税金収入のマイナスの効用より一層劣ることを理論的に証明した。財政赤字 = 0 において、はじめて、双方の効用の和は、ゼロになる道理である (Slant (1975) も同時に証明を残す)。
2. EES は、上の理論的証明を、81 カ国の国別数値的実証を添えて、裏付けた。また、財政黒字にも援用して、財政黒字の大きく存在するほど、双方の効用の和は、ゼロを一層上回ることを理論・実証双方から明示した。EES は、国際収支を内生化しているので、上の論証補強は、国際収支 = 0 を前提にしたことになる。
3. Samuelson は、財政赤字と成長率との関係を式で示していない。乗数効果の分子が産出であるので、財政赤字と成長率との関係に置き換えて解釈できる。EES は、乗数効果の逆数 (the inverse) をそのまま内生比率として集録しているので、直ちに、乗数効果を成長率に置き換えて、成長率への効果を精密に測定できる。財政赤字を大きくするほど、成長率は、限りなく、ゼロに近づく。この事実は、きわめて重大である。
4. 国際収支 < 0 の場合には、純投資がそれに見合って増加するので、成長率はその分だけ上がる。逆に、国際収支 > 0 の場合には、純投資がそれに見合って減少するので、成長率はその分だけ下がる。
5. 成長率を短期に上げるには、政府消費を半減して、その半分を政府投資に回す途が残される。しかし、中期に財政赤字が大きく減少していくことが、市場に認識されなければ、絵に描いた餅である。
6. 精神的レベルの低い段階では、憲法で財政赤字を禁止しても、財政赤字をおさえるのは、容易ではない。国民がこの厳然たる事実を知らされて自覚を待つほかない。次世代に与えよ、さらば、成長率は与えられる。



(9) Krugman's (*New York Times* dated on July 1, 2012) 見解に対する根本的解決策

1. Krugman は、財政支出がバブルのあとの金融機関救済に向いても、庶民の失業対応には、向かないと指摘。EES は、後手に回る対応を否定。
2. EES の発見は、財政赤字を大きく半減し、減少の半分を政府投資に回す緊急処置が実行されるならば、成長率も、失業率も、早急に改善する。増税こそ、成長と雇用確保への最短距離にある。金融・市場における対症療法は、票に結びつくにすぎない。対症療法は、成長率や失業率の改善には、無関係である。
3. Krugman は、ドイツの民間金融機関がスペインのバブルを助長した事実をなぜ公にしないのかと指摘。EES は、中央銀行がまず、実物資産に対する金融・市場資産の中立性を守ることを選好すべきとする。
4. EES の発見は、金融機関救済は短期に要求されても、長引く対応は不可。バブルの再発は、金融・市場に対して、国別に内生評価比率を常に公表し、国ごとの内生評価比率のコントロールを通して、つねに防止可能であること。国によっては、年、年、そのコントロールが巧みである事実を注視せよ。
5. 国際協調は、国毎に必要な政府投資の供給をいかに地域ごとにシステム化できるかである。その動的バランスが地域ごとに安定化すれば、バブルは決して再発しないで、成長に向けられる。
6. 純投資が同一であっても、技術進歩率は、国によって大きく異なる。国情がことなると、質的純投資係数への反応を異にするためである。量的な投資拡大は、短期に終わるので、常に、質的純投資係数の政府と民間部門別の改善を長期にバランスさせる政策が求められる。

地球内生システム (Earth Endogenous System ; EES) は、一口でいうと、時間の関数という避けがたい文献上の限界を越えたと理解できます。理論は、科学的な証明の範囲内において成り立ちます。それは、繰り返しを要求します。現実のデータは、二度と同じ態様を現わしません。EES) は、現実のデータの側に同時に立ちます。それを保証するのが、七つの内生パラメータです。七つの内生パラメータは、時間の関数という方法論を本来必要としません。微積分、弾力性、確率、相関係数等をパラメータに仮定する必要がありません。当初、離散型微分 (Euler 法によるエクセル分析) と連続型微分とは、究極的に一致するという幻想に取りつかれました。しかし、七つの内生パラメータを時間の関数に再編することは、線形・非線形を離れても、無理であると理解するようになりました。そこに、七つの内生パラメータと EES の本質のあることを承知したためです。ただし、それぞれの視点 (aspect) における検証のために微積分や弾力性値を使うことまで、否定するものではありません。また、計量経済学、統計データとの共同作業には、もちろん必要であると考えております。

(10) EES 正当化の根源 : Sato' (1981) Lie 理論導出の二つの保存則 Conservation Laws



EES は、その KEWT データベースでも、その移行過程でも、つねに現時点の資本産出比率が収束時点のそれに等しい（したがって同時に、現時点の資本・産出比率が収束時点のそれに等しい）保存則を内生式の基本に据えています。その結果、資本分配率は、移行過程において一定となっています。また、フローとストックとの関係は、資本有高に止まらず、技術進歩率や生産性成長率においても、完全に整合性を維持できています。とくに、収束時点の技術水準（有高としての total factor productivity, TFP）が現時点の技術水準に収束時点のフロー技術進歩率を適用した元利合計（i.e.,  $(1+r)^n$ ）となる事実は、EES の実証できた不滅の scientific discovery であると考えています。

しかしながら、なぜこのような内生的保存則が正当化できるのかは、蚊帳の外に置かれたままでした。その根拠が佐藤隆三先生の『技術変化と経済不変性の理論』（原本は、Ryuzo Sato, 1981, *Theory of Technical Change and Economic Invariance: Application of the ie Groups*, Academic Press, New York, xv, 439p.; 上記翻訳は濃野隆之監訳・三野和雄・筒井俊一訳, 1984, 466 頁, 勁草書房刊)の第7章, 定理6「2つの保存則」にあることを心底より認識できたのは、恥ずかしい限りですが、つい最近のことです。EES は、こうして、その拠り所を佐藤隆三先生のおかげによって確できました。

佐藤隆三先生の生涯を賭したリー理論の徹底的探求がなかったならば、EES は、決してその普遍性と科学的発見のお墨付きをお披露目できませんでした。リー理論は、もともとはノルウェーの Sophus Lie が探求した古典力学の解明 (Samuelson's Forward に記述の classical mechanics of Lagrange and Hamilton) に向けられていました。Samuelson 先生も、経済学の理論のなかに物理学との直感的な連携が込められておりました。Samuelson 先生の経済学における資本・産出比率保存則 (1970, *Law of the Conservation of the Capital-output ratio*, *Proceedings of the National Academy of Sciences, Applied Mathematical Science* 67: 1477-79) は、幸いなことに、一早く EES 構築の初期に、宝物として目に入り、引用してきました。しかし、それが最終的に Samuelson 先生 (285, 1981) の定理6「2つの保存則」に完成した普遍の事実は、Samuelson 先生の確認論述を通してでありました。

佐藤隆三先生との縁は、1970年代後半に、当時広島大学教授の三野和雄先生との縁にはじまっております。三野和雄先生には、N.Z. において挑戦した、二つの (the 1980s & 1990s) Ph.D. 論文作成過程において、親身なアドヴァイスを得て、今日に至っております。二つの Ph.D. 論文作成は、現在の EES の基礎にはなりました。しかし、その当時の研究水準は、定理6「2つの保存則」を内生的拡充強化に結び付け得るような今日の水準（ひとまず完成したのは2012年年初）からは遠く、三野和雄先生を再さい苦慮させたことを、今たいへん申し訳なく思っております。

これらの経緯と内容は、Monograph (576, 2013) に収める **Notes of Sato and Samuelson (1970) on Sato Ryuzo (xv, 439, 1981)** に、纏めさせていただきます。

**おとぎ話から現実の循環社会へ：from Parable to in reality socially by area**

母校の広島修道大学の建学の精神は、中庸です。この中庸は、社会の生存にもっとも根幹をなし、哲学のみならず、社会生活の身近な近道を示します。なぜでしょうか？

それは、科学の証明の範囲内で説明できます。たしかに、中庸の精神は、古代中国から日本にきました。しかし、中庸の精神は、日日の生活が個人の家庭を大本、平和にして、実行にのみ向かうとき、社会は、個人を決してないがしろにすることなく、その地区、地域、町、市から、県、広域経済圏、国、アジア、東洋と広がります。のみならず、文化、歴史、文明、すべてに異なる西洋との架け橋になり、さらに、東洋と西洋とを融合して、世界に和合をもたらし、宇宙に近い状態を現出します。王建雄さんのいう通りです。東日本大震災を契機に、多くの国民は、日本古来のあり方、こしかたに目覚めました。子孫を本能的に承知する若い女性の姿に、集約されております。もともと、資源の有限な狭い地球で、その大自然の真の姿にそむく、科学万能というような、自然に対する謙虚を失った姿は、たえず流される短期な状況に過ぎません。安心立命の長期な状況は、永続していきます。

科学の証明は、人類のたどってきた精神の状況を固定して、はじめて成り立ちます。タテ軸に精神の状況 (level of spirituality) を、ヨコ軸に自然科学の領域を、グラフとしてイメージをします。社会科学は、ある固定された精神の状況を通る水平線を左右に移動して成立しております。筆者は、それを Cross Roads Scientific Discovery Diagram と名づけました。近く Green-oriented economics として出版予定の Monograph (“Earth Endogenous System”) の章 1 に、一般の behavior economics との区別を念頭に、BOX に収めております。経済学や計量経済学は、社会科学の一翼を担っております。一般には、社会科学の範囲は、経済よりはるかに広大です。筆者は、そうであっても、社会科学がおとぎ話や実行に責任の持てない立場を克服するためには、数値的な枠組みが要求されると考えております。それは、何でしょうか？ 収入 = 支出という枠組みです。なぜこれほど簡単な根幹をなす枠組みが今日までどこの社会や国でも無視されてきたのでしょうか？ リーダーや政策決定者がタテ軸の精神の状況 (level of spirituality) を自由自在に操作して、利己主義を貫いてきたためです。

利他主義は、利己主義とは、両極に位置します。中庸は、その両極をありのままに認めます。そうでないと、中庸ばかりで、世の中が成立しません。タテ軸も、ヨコ軸もあるがままに認めます。ただし、条件が必要です。Cross Roads Scientific Discovery Diagram を順守して、科学の証明の範囲に行動せよ、です。

人類は、数千年の歴史とともに、戦争を繰り返して、今日に至りました。しかし、インターネットの時代に入って、ここ 10 年は、Kant, 1724-1804, のいう情報公開の明けらかなる世界になってきております。非対称な情報の許されない社会に一歩

近づいてきております。Kant の時代は、英仏戦争の 7 年目の休戦から 13 年目がその渦中にあったと記録されています。Keynes は、世界大戦の前年、もう戦争をしなくても済む世界を構築する準備に奔走、IMF 設立が実現しました。なぜそのような世界がまだ実現していないのでしょうか？科学の証明の範囲において、一早く、その方向を示したのは、Samuelson です。Samuelson (1937, 1940) は、個人の効用に対して、固定された金利水準を用いて、その測定に途を開きました。のちに、Jorgenson (1963), Jorgenson and Griliches (1967) が投資こそ、成長率を維持させることを、資本有高とは、独立的に証明した、その場合にも、固定された金利水準が使われませんでした。Samuelson (1942, 1975 再録) は、実物資産の財政赤字がゼロの場合に、もっとも、成長の持続することを証明しました。その証明は、今日まで無視され続けてきました。なぜでしょうか？

Adam Smith 以来、経済学でも経済社会でも、需要・供給のバランスをタテの製品・商品・サービス割りに、認めてきました。市場原理主義ですが、社会全体のマクロ的な価格均衡は、常に成立するので、価格不均衡を見積もることすらできません。それとともに、財政赤字は現金での収支差額として見積もられてきました。実物資産の財政赤字を見積もると、政府部門の赤（マイナス利潤率）が出ますので、多くの国は、安きに流され、財政赤字を現金収支差額という逃げ場を用意して、実体を隠してきました。また、Samuelson (1942, 1975 再録) の経験的証明自体が無理でした。なぜでしょうか？

国民経済計算 (SNA, 1993) は、記録が目的であって、政策本位のシステムとしては、不完全なためです。また、政策本位のシステム自体が容易に構築できません。その理由は、こうです。理論は、科学的証明の範囲に止まるために、式に表現できない場合、すべて、前提に置き換えます。科学的論文であるほど、前提を緻密に数多く用意します。ただし、前提相互には、脈絡がありません。だからこそ、前提の本領発揮です。実践的な証明を伴う論文は、前提が少ないのが一般的です。もし前提がゼロならば、Samuelson (1942, 1975 再録) の経験的な証明ができます。最近、世界的に多くのデータベースが利用可能になりました<sup>2)</sup>。しかし、それぞれのデータベースが同一ということはありません。もし同一ならば、いくつかのデータベースは、その存在価値をなくします。

筆者は、結果的に、前提ゼロのデータベースを実現できました。公表は、Kamiryō Endogenous World Table (KEWT) 1.07 以来、今年 1 月の KEWT 6.12 が対象です。

---

2) PWT 7.0 and, EPWT, v. 4.0: <http://www.pwt.econ.upenn.edu>.

BEA: <http://www.bea.gov>. NBER: <http://nber.org>. KOF: <http://globalization.kof.ethz.ch>.  
ddgg to 10 sectors: <http://www.ggde.net/dseries/10-sector.html>.

EU KLEMS: <http://www.euklems.net/euk09i.shtml>. Real-Time: <http://www.philadelphiafed.org/research-and-data/>.

OECD: <http://OECD.com>. UN: <http://unstats.un.org/unsd/snaama/selectionbasicFact.asp>.

IMF: <http://imf.org>. World Bank: <http://data.worldbank.org>. KEWT 6.12: <http://riece.tv>.

それまで、数十年、会計からスタートして、データベースの比較にのめり込みました。Monograph の章 14 は、Samuelson (1942, 1975 再録) の経験的な証明に充てております。会計は、離散的で、経済は連続的です。統合は、不可能とされました。しかし、突然、おとぎ話から現実の循環社会が実現しました。前提がゼロのためです。前提がゼロの場合、原因と結果とは、同時進行で、同時測定が実現します。どんなメカニクスがそれを可能にしたのでしょうか？

今日までの経済学は、技術進歩率を外生としてきました。多くの論文は、1980 年代以降、内生的に技術進歩率を見積もってきました。R&D, learning by doing, human capital, education 等を用いて、いくらでも新しいモデルが出てきます。しかし、必ず、前提がありますし、ヨコとの連絡ができません。データは、年年変化し、その都度、パラメータも新しく設定され、結論は割れます。それに対して、KEWT 6.12 は、Cobb-Douglas 生産関数を continuous から discrete に転換させて、純粋な内生化 (purely endogenous) を達成できました。discrete Cobb-Douglas 生産関数は、存在できません。Keyesians が生産関数を否定しなかったならば、あるいはという可能性がありました。筆者の場合、生産関数に隠されている七つの内生パラメータ (詳しくは、Monograph の Notation 参照) を一つ一つ、式に構築して、相互に矛盾の残らないように、データ・セットとたえず照合しながら、詰めました。なかでも、確定が遅れたのは、デルタという収穫逓減・逓増を司る係数です。また、国際収支や財政収支を、すべて、実物的に内生化する過程で、利潤率と資本産出率の扱いが tautology に陥っているのではないかという疑念を払底するのに、時間がかかりました。七つの内生パラメータは、どんなパラメータでも、変数でも、全体として整合的に測定可能にします。その数は、千を越えます。一度、測定されると、統計と違ってあとからの訂正はあり得ません。その上、どんな国にも、共通的に適用されます。そこで、生きているのが、Samuelson (1937, 1940, 1942, 1975 再録) の理論的は証明です。ミクロの効用関数とマクロの効用関数との決定的な異同すら飲みこんで融合されました。Samuelson (1937, 1940, 1942, 1975 再録) の理論的は証明がなかったならば、今日の Earth Endogenous System (EES) とその具体化としての KEWT series, そして、年毎の Recursive programming at the transitional path による補強は、あり得なかったのです。すべては、相互に繋がっております。

そのような結果に基づいた二つの大きな実証的発見は、内生データと統計データとの不離不足の関係と政府部門と民間部門との動的バランスです。KEWT series は、International Financial Statistics yearbook, IMF から実際のデータを元にしております。10 に絞られた実物資産データならびに 15 に絞られた financial/market 資産データと CPI 等の外生データです。KEWT 6.12-1 から KEWT 6.12-5 までは、短期データ (1990-2010) であり、81 カ国を対象にしております。KEWT 6.12-6 は、9 カ国を対象にした長期データ (1960-2010) です。国毎の経済政策は、実物資産内生データを中心に plan-do-see のコントロールが働きます。plan-do-see は、一時的に内生的不均衡に陥ったときに、ショックを受けて、働きます。しかし、そのプロセスは、不均衡脱却のために避けられないものです。よい意味で、business cycle を形成します。

価格均衡では、そのようなプロセスは知り得ません。実物資産内生データは、financial/market 資産の中立性を証明しております。この実証的発見によって、バブルの再発は防止できます。評価比率の水準が予知しております。また、人口変動率に対応した雇用が保証され、内生インフレ率もコントロールされます。Adam Smith の世界が再現します。実際のデータは、常に内生データのある範囲以内にあるため、政策によって、実際データが内生データに近づきさえすればいいためです。Samuelson がよく使った Parable と in reality とは、現実のものに総合されてきております。

家族を中心とした平和、それを基にした国民のための平和は、夢でもあります。夢と現実とは、科学的証明の範囲内に限定しても、実際には、紙一重です。そして、万人が安心立命に導かれます。夢の現実化への速さは、何が決定するのかですが、ここで、中庸の精神に戻ってみます。生を受けている現実の世界こそ、基盤です。手のうちにあります。夢の現実化への速さは、国のリーダーと政策決定者の哲学次第です。国民の意識が大自然を受け入れ、謙虚に時空を広げていくほどに、リーダーを支える spirituality のピッチが上がります。

目標は中庸です。中庸のある範囲への接近は 81 カ国の 21 年間の推移をみても、きわめて速いものです。ただし、原点・ゼロ点への接近は不可能に近い永遠のテーマです。そこでは、漸近線が無限大に開くため、解はありません。中庸のある範囲への接近は、すでに、国民の手のうちにあります。その根源は、内生式にあります。七つの内生パラメータにおける式、もとの内生式は、それぞれ約分すると、双曲線になります。双曲線は、二次元に示されながらも、時・空を同時に示し得るためです。経済学は、線形を対象にしてきました。そうでないと、たちまち、制御不能に陥るためです。しかし、経済学の原理の一つである最大利潤追求は、悪のようにいわれますが、皮相的に過ぎません。利潤原理は、市場原理とともに止揚されます。双曲線という非線形の場において、一層科学的に、最小の純投資率により最大の利潤率を実現できるように、コントロール可能です。双方に決して矛盾は残りません。地球内生システムは、国に固有なシステムを温存し、かつ、それを越えて永く存続できます。

最近の論調との関係性に：地球の危機として、今日の地球のすがたを解釈する多くの論調に、一番欠けているのは、展望の明るい方向性とその具体的な方法論の欠如のように感じます。つねに、一人一人が時・空を一層大きくして、大自然に近づく過程の重要さでしょうか。方法論の骨格は、Samuelson (1937, 1942) に与えられております。たとえば、分配のパイが大きくなる成長期は、それなりによかったというのは、真実から遠い想いです。分配のパイは、内生システムの事実では、成長率と無関係です。何かに利用しようという意図に利用されます。ゼロ・サムもあり得ません。内生技術進歩率は、有限の地球資源にいかに対応するかに応じて、常にプラスに維持されます。対立から協調への潮流をもはや止めることはできません。

民主主義は second best とされています。民主主義は、西洋文明のなかで、長い道

のりを経て一步一步経験を積みあげました。いまや、民主主義は、欧米の歴史とともに世界に浸透してきました。民主主義が first best となるためには、何が不足しているのでしょうか？自然との対立関係という限界の克服です。西洋文明が自然との融合関係に昇華すると、自然を畏敬してきた東洋文明と融合でき、しかも、西洋文明にも素晴らしい締めくくりとなります。価格均衡に象徴される機能的タテ割りは、すべてに機能的な総合のシステムに落ち着くと考えられます。first best は、根源的な情報がオープンに、かつ、公平に、次世代国民一人一人に国境を越えてどの程度まで届いているかです。これこそ、なによりも端的な証左のように感じられます。

first best は、いま生きている国民の一人一人の意識の集約です。騙すほうも、騙されるほうも、ともに悪いという意識の自覚です。結局は、一人一人がどこまで時間と場所を広げて将来に責任をもつのか。それこそが民主主義 best への幅になっているのでしょうか。システムは手段にとどまり、目標は、地球や宇宙との共生の実現です。実現へのプロセスの正しいほど、結果がめぐまれるという因果応報、その克服が輝きます。その全体の状況は、spirituality の水準を固定して成り立つ科学的証明のそとにありながら、含意されております。Cross-Roads Scientific Discovery Diagram 設定として、地球内生システムを蔭ながら支えます。Monograph 章 1 に、まずもって設定した所以です。

Note: Topology between circle and ellipse: a supplement within scientific proofs

There is a circle behind the hyperbola. On a point of  $45^0$  of the diagonal that crosses the origin, a point of hyperbola crosses a point of the circle. These points form an equilateral rectangular triangle. Contrarily, the ellipse differs from the hyperbola. Topologically, the ellipse locates above and below the  $45^0$  of the diagonal. The connector is a rectangular that forms the golden ratio, 3, 4, and 5, related to Einstein's great discovery. The golden rectangular prevails and is involved in imaginary and real numbers. Physics and element chemistry have already accepted both numbers within scientific proofs and try to prove theoretical proofs, further empirically in this world/zone. The imaginary numbers are indispensable to the spiritual zone coexisting behind the physical zone.

The author's Earth Endogenous System (EES) holds without introducing imaginary numbers. A reason is that the hyperbola, the circle, and the equilateral rectangular triangle exist, simultaneously with 'space and time' dimensionally as one. Ramsey, F. P (1927) correctly expressed his topology of ellipse, below the  $45^0$  of diagonal. To leave this fact for the future, the author here clarified the relationship between the circle and the ellipse on the topology. The ellipse is now more definitely defined as a series of wave that presents one real number cycle and following half a cycle of imaginary number (abbreviate its empirical proof herein).



(注) 円と楕円との位相関係：科学的証明の範囲内における補足

双曲線はその背後に円があります。原点を通る  $45^{\circ}$  の対角線のある一点に、双曲線の一点と円の一点とが交わります。そのような関係を締めくくることが二等辺直角三角形です。一方、楕円は、 $45^{\circ}$  の対角線とは相いれない立ち位置を占めます。 $45^{\circ}$  の対角線の上にも、また、下にも、対照的にさえ描かれます。背後にあって締めくくるとは、黄金比の関係を維持した直角三角形、即ち、Einstein の原理を踏まえた直角三角形です。そこでは、実数と虚数とが共存します。物理・要素化学の先端は、そのような場をすでに科学的証明の範囲内に受け入れております。虚数は、別世界と密接不可分です。

筆者の地球内生システムは、虚数を内生化しないまま、簡潔に存続できると考えております。双曲線・円・二等辺直角三角形がすでに時・空を同時に取り込んで存続しているためです。Ramsey, F. P (1927) は、位相数学的に、楕円を正しく表現しました。この快挙を将来に残すため、ここに、円と楕円との位相関係を明確にしました。楕円は、いよのいし氏の回答 (16 June 2012, Osaka) によって、一層その位置づけが明確になりました。結論的には、楕円曲線は虚実の波動関数の波 (one wave of real number and following half a wave of imaginary number) を形成します (その身近な証明は省略)。

なお、わかりやすくを心がけて、佐藤隆三先生の二つの保存則は、一か所 ((10) EES 正当化の根源) にとどめております。