リカード・レオンチェフ・モデルの図解の使用可能性*

小　川　　　健

（受付　2014 年 5 月 30 日）

概　　　要

この論文では中間財貿易を扱うために，産業連関分析で使われるレオンチェフ・モデルを貿易のリカード・モデルに組み込んだモデルを取り上げ，その図解が使えるための条件について取り上げる。旧来使われてきた 3 財モデルでの価格と特化の関係を示す図解は，各国が自給自足可能という条件を暗黙のうちに仮定していた。しかし，レオンチェフ・モデルにおいて自給自足で全ての財が（たとえ少量でも）同時に純生産可能な状況でないと，この図解が変化する可能性がある。また，図解の形が従来の研究と整合的に使えるための条件を考慮する必要がある。そして，3 国 3 財モデルにおいて 3 つの望ましい特化パターンが存在する可能性について，数値例を出し，一般化への足掛かりとする。本研究により，東田（2005）の補完が完了する。

キーワード　リカード・レオンチェフ・モデル，図解，自給自足，価値限界生産性

1. は　じ　め　に

実現しうる特化パターンの決定の問題は Graham（1948）や McKenzie（1954a, 1954b, 1955）以降，多数国・多数財のリカード・グラハム・モデルにおける中心的課題であった。このうち中間財のないモデルにおいては Jones（1961）が n 国 n 財モデルにおけるその事実上一意な解の見つけ方に関する解決策を提唱した[1)]。池間（1993）がその解の図解的裏付けを行い，Shiozawa（2014b）によって Jones（1961）の証明が補完された。この結果は Graham（1948）で問題視されていた国の数と財の数が異なる場合へも拡張適用可能であることが，Ogawa（2013a）によって示されている。

---

*　本稿は著者が博士論文を書く際に，気になった項目をまとめたものです。博士論文が書ける段階まで御指導頂いた多和田眞教授（現・愛知学院大学），東田（2005）を紹介してくれた太田代（唐澤）幸雄准教授（南山大学），東田（2005）の要点を解説して頂いた東田啓作教綬（関西学院大学），構想段階でコメントを頂いた太田浩教授（青山学院大学）に深く感謝致します。また，本稿は浦井憲教授（大阪大学）の支援を頂いて数理経済学会・近畿地区で報告致しました。浦井先生と学会参加者の皆様に感謝いたします。加えて，本研究は科研費若手研究（B）（課題番号：24730206）の助成を受けたものです。本稿にありうるべき誤りは全て筆者に帰します。

1）「事実上」とは Jones（1961）での「タイを除いて」の意味である。また，Kuhn（1968）の整理の結果，一意性を持つ強い条件と，普遍性を持つ弱い条件とに分かれる。

これに対して中間財がレオンチェフ型で含まれているモデルにおいては，その重要性が Jones（1961）以前から指摘されているものの，その最終的な解決は未だみていない。Deardorff（2005）等で中間財の入った比較優位の定義は幾つか提唱されたが，決定版になるものは提示されていない上に，中間財と最終財を分けて議論しているので，レオンチェフ型のような財や産業間で相互利用の場合に適用が困難になる可能性が残っている。しかし，フロンティア上にある特化パターンの存在は（国の数が少ない場合には各財の生産する国は 1 つ，という意味での分担的特化パターンまで拡張されたうえで）Shiozawa（2007）において示されている[2)]。

ところで 3 国 3 財に中間財を入れたモデルを図解で分析した東田（2005）によると，レオンチェフ型の形で中間財が入り，各国に各財の生産技術が 1 つずつ存在する場合には[3)]，複数の実現しうる特化パターンが存在することが示されている。

3 国 3 財モデルでは理論上 6 通りの各国異なる財・生産工程に特化生産する可能性が存在する。2 通りの場合に関しては東田（2005）でも数値例で取り上げられている[4)]。3 通りの可能性について，東田（2005）では図解でのみ示してはいるが，対応する数値例は示していない。

本研究では東田（2005）の研究の補完を行うと共に，その問題点に対して取り上げる。1 点目に，東田（2005）で利用されている図解の使用可能性についてである。2 点目は実現しうる特化パターンの数についてである。

この図解は Amano（1966）によって 2 国 3 財の中間財を含んだモデルで最初に利用されて以来，中間財などのないシンプルなモデルでの池間（1993），中間財を含む 3 国 3 財の東田（2005），結合生産を含む 3 国 3 財の小川（2011）と利用されてきた。このうち，中間財のないシンプルなモデルにおいてこの図がなぜ利用可能であるかは Ogawa（2012a）で McKenzie（1954a）の図と池間（1993）の図との対応関係を示したことで確認されている。結合生産のあるモデルに関しては Ogawa（2013a）でその使用可能なための条件を確認している。中間財のあるモデルで利用可能であるための条件については一般次元での対応関係を Shiozawa（2007）等で確認しただけで，3 財モデルにおける具体的な適用可能性に関しては検討されていない。

池間（1993）や小川（2011）のように中間投入が含まれていないモデルでは，各生産工程に負の影響を与える部分が存在しないため，各国は何もしないよりは何らかの財ないし生産

2） 直接は示されていないが，その議論は事実上国の数が多い場合まで適用可能になることが結合生産のモデルにおける小川（2013b）の議論を適用することで示せる。また，この存在に関する議論の意義は塩沢（2014a）で示されている。
3） この設定に普遍性があることは結合生産における小川（2013b）の分析を応用することで示される。
4） その結果が頑健性を持つことは結合生産における小川（2011）の分析を通して確認される。

工程に労働を投入した方が価値限界生産性は高い。しかし，中間投入は費用の一部として各生産工程に負の影響を与えるため，価格体系次第では価値限界生産性が負になる可能性がある。全ての生産工程の価値限界生産性がもし負になる価格体系があれば，何もしないことが最も望ましいという選択をする可能性が出てくる。本稿ではそうした場合に，図解がどのように修正されるかを示すとともに，自給自足（閉鎖経済）が可能であればその条件が排除できることを示した。また，中間財の入らない図では第 1 財を価値基準財とし，第 2 財・第 3 財を横軸・縦軸にとった図では，第 1 財・第 2 財・第 3 財の各生産工程は各々左下，右下，左上に特化されるための価格領域を持つ。本研究ではこの状況に整合的な条件を示す。

次に，実現しうる特化パターンの数の分析を見直した。東田（2005）が図解でのみ示していた，世界の価値限界生産性を最大にする価格体系が存在する意味で望ましい 1 対 1 の特化パターンが 3 通り起きる事例について，数値例を与えて検証した。この数値例により，一般形での議論を行う上で，Jones（1961）の方法が必ずしもストレートに適用できない原因が明らかになった。Jones（1961）の議論では，ある 1 対 1 の特化パターンが望ましいことを示すために，他の 1 対 1 の特化パターンがその 1 対 1 の特化パターンと比べて望ましくないことを示していた。今回の例を数値化することで，その方法では望ましくないことを直接導出する上では，価格を調整して 1 つの国を除いて価値限界生産性が等しくなるという分析方法では導出できない場合があることが明らかとなった。

本研究の残りの構成は以下の通りである。第 2 節で 3 財モデルと図解の概略を示す。第 3 節で図解の使用可能性を論じる。第 4 節で 3 国 3 財モデルの場合に 3 通り目が存在する理由を分析する。最終節は本稿のまとめとする。

2. モデルと図解・自給自足可能性

3 国（$i=1,2,3$）・3 財（$k=1,2,3$）・1 要素（労働）で線形な生産関数を持ち，各財の生産には労働以外に中間投入として他の財を必要とすることを許すレオンチェフ・モデルを考える。各財の生産工程は各国で 1 つずつとし，生産される財の名称を生産工程につける（$j=1,2,3$）。東田（2005）など多くの先行研究では，1 単位の財の生産に対しての労働投入・中間投入財の量でアクティビティを表示するのが慣例である。しかし統一的に比較をする上では，Shiozawa（2007）のように労働 1 単位を基準とした上で，各生産工程での純生産量（負の場合は中間投入量の意味）を示す方が望ましい。そこで，$c^i_{jj}(>0)$ を第 i 国における第 j 生産工程から 1 単位の労働と必要な中間投入量によって産出される生産量とし，$k \neq j$ のときに $c^i_{jk}(\leq 0)$ を第 i 国で第 j 生産工程から 1 単位の労働と共に必要となる第 k 財の中間投入

での減少分とする。第 i 国における第 j 財のアクティビティは $\begin{bmatrix} c_{j1}^i \\ c_{j2}^i \\ c_{j3}^i \end{bmatrix}$ と書ける。

第 i 国の労働賦存量は $L^i(>0)$ とし，第 i 国での第 j 生産工程への労働投入量を $L_j^i(\geq 0)$ とする。労働賦存量制約は $L_1^i + L_2^i + L_3^i \leq L^i$ と書ける。ここで特化について定義する。

定義

1. 第 i 国が第 j 生産工程に特化するとは，第 j 生産工程に全ての労働力をつぎ込む $L_j^i = L^i$ が成り立つこととする。
2. 特化パターンとは，各国が各々の生産工程に特化する世界経済を指すものとする。
3. 1 対 1 の特化とは，各国が異なる生産工程に特化することを指すものとする。

世界の生産可能性集合 W は

$$W \overset{\text{dfn.}}{=} \left\{ (X_1, X_2, X_3) \geqq 0 \,\middle|\, X_k \leq \sum_{i,j} c_{jk}^i L_j^i,\quad L_1^i + L_2^i + L_3^i \leq L^i,\quad L_j^i \geq 0 \right\},$$ [5)]

と書ける。この右上の境界のことを世界の生産可能性フロンティアと呼ぶことにする。

第 k 財の世界価格を p_k とし，世界の価格体系を $P = (p_1, p_2, p_3)$ とする。第 i 国の第 j 生産工程での価値限界生産性は $p_1 a_{j1}^i + p_2 a_{j2}^i + p_3 a_{j3}^i$ と書ける。

このような多数財モデルの場合には，自給自足（閉鎖経済）が不可能な国の場合には特化のパターンの決定を考えるときに自給自足ができない場合を考えて取り組む必要がある。今このことを 3 財モデルで考えてみよう。3 財モデルでは，価格の領域による図で特化の範囲を分けるという Amano（1966）・池間（1993）・東田（2005）の図解が知られている。

東田（2005）による図解は次の形でまとめることができる。今第 i 国が第 j 生産工程に特化するのが価値限界生産性をただ 1 つ最大にする場合を考える。その際の賃金を w^i と置くと，第 j 生産工程に特化すれば賃金は支払えるが，残りの生産工程（$l \neq j$ を満たす第 l 生産工程）では賃金の分だけは稼げない。従って，

$$\begin{cases} p_1 c_{j1}^i + p_2 c_{j2}^i + p_3 c_{j3}^i = w^i > 0, \\ p_1 c_{j1}^i + p_2 c_{j2}^i + p_3 c_{j3}^i > p_1 c_{l1}^i + p_2 c_{l2}^i + p_3 c_{l3}^i \quad (l \neq j), \end{cases} \tag{1}$$

が成り立たなければならない。このため，第 j 生産工程に特化生産する全ての財価格が正の価格体系は少なくとも

5）　ベクトルの不等号は $\geqq, \leq, <<$ とする。

$$\left\{ \left(p_1, p_2, p_3\right) >> 0 \left| \begin{array}{c} p_1 c_{j1}^i + p_2 c_{j2}^i + p_3 c_{j3}^i > 0, \\ p_1 c_{j1}^i + p_2 c_{j2}^i + p_3 c_{j3}^i > p_1 c_{l1}^i + p_2 c_{l2}^i + p_3 c_{l3}^i \quad (l \neq j) \end{array} \right. \right\},$$

を満たしていなければならない。東田（2005）ではどれかの財は必ず生産されることを暗黙の内に仮定している。第 1 財を価値基準財（$p_1 \equiv 1$）とすると，図 1 のように，第 2 財・第 3 財の価格によって特化する領域を分類できる。中間財のない場合には，C 点から左・下・（原点を通る）右上に伸びるが，中間財を含む場合にはこの境界が斜めになったり，原点を通らなかったりする。この図を各国で重ね合わせることで，どの価格体系ではどの財の生産にどの国が特化するかを図示できる。

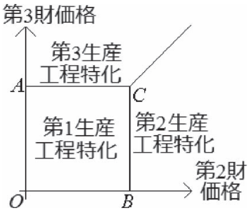

図 1 ：価格と特化の関係

しかし，中間財を含むモデルでは，自給自足ができない場合にはどの財も生産しようとしない価格体系が出てくる可能性がある。このことを次のような数値例で見てみよう。今第 i 国において第 1 財・第 2 財・第 3 財の生産に関するアクティビティは次の通りとする。

例

$$\begin{bmatrix} c_{11}^i \\ c_{12}^i \\ c_{13}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{21}^i \\ c_{22}^i \\ c_{23}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{31}^i \\ c_{32}^i \\ c_{33}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

この例では，ある財を 3 単位生産するのに，労働 1 単位と他の財が各々 2 単位ずつ必要な国を考えている。このとき東田（2005）に沿って図を描くと，図 1 に相当する図が描ける。

しかし，この図はどこかの財を必ず生産していれば，という意味である。2 国 2 財の場合に見たように，自給自足が不可能な国では，価格次第で生産しないことを選択する国も現れるかもしれない。従って，自給自足が可能かどうかを考えてみる。

定義　第 i 国が自給自足可能（国内で全財生産可能）であるとは，

$$A^i \begin{bmatrix} L_1^i \\ L_2^i \\ L_3^i \end{bmatrix} \gg 0, \quad A^i \overset{\text{dfn.}}{=} \begin{bmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & c_{13}^i \\ c_{21}^i & c_{22}^i & c_{23}^i \\ c_{31}^i & c_{32}^i & c_{33}^i \end{bmatrix},$$

を満たす第 i 国の第 j 生産工程への労働投入量 $L_j^i > 0\ (j = 1,2,3)$ が存在することである。

ここで，自給自足が可能な条件を考えるために，ホーキンズ・サイモンの定理を確認する。ホーキンズ・サイモンの定理とは次の定理を指す。

Hawkins and Simon（1949）の定理

正方行列 M について非対角成分が全て非正とする。このとき，$ML \gg 0$ となる $L \gg 0$ が存在する必要・十分条件は，M の主座小行列式が全て正になることである[6)]。

この定理から，次の事が直ちに分かる。

命題 1 （自給自足可能性）

第 i 国が自給自足可能である必要・十分条件は，第 i 国の技術係数 c_{jk}^i を並べた非対角非正な行列 A^i について，A^i の主座小行列式が全て正になることである。

ホーキンズ・サイモンの定理を利用すると，第 i 国が自給自足可能であれば $\det A^i > 0$ のはずである。しかしこの例では，$\det A^i = -25 < 0$ となるので，自給自足は不可能である。従って，価格次第では何も生産しないことを選択する可能性がある。このとき，各財を生産する場合と生産しない場合のどちらが望ましいかを考えると図 2 のように描ける。どの財を

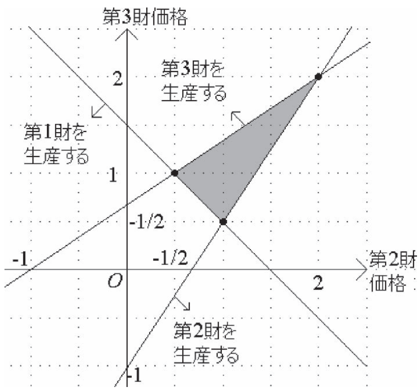

図 2 ：生産しない可能性

6） 主座小行列とは，行と列で番号が一致しているものは，行と列を並べ替えた後でも番号が一致している条件で，行・列の並べ替えを許した行列の左上から右下まで取った行列を指す。主座小行列式とは，主座小行列の行列式とする。

選択しても，生産しない方が望ましい領域が図 2 で塗りつぶしてある箇所で示されている。

この図 2 を図 1 に重ねると，次の図 3 のように，生産しない選択をする価格の領域が現れることになる。

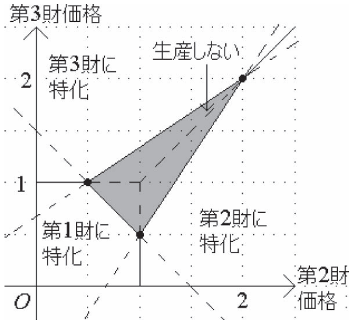

図 3 ：自給自足できない国

どの財も生産しないためには，どの財を生産しても中間財の支払いがかさんで，要素価格である賃金が支払えないことが求められる。そのような価格が存在すれば，図 2 の C 点のように 3 財とも価値限界生産性が一致する点は生産しない価格領域に含まれなければならない。自給自足においては 3 財とも生産するので，自給自足が行われるならばこの C 点に価格は決まるはずである。従って，自給自足が行えるかどうかと，どの財も生産しない価格領域が現れるかは表裏一体の関係になっている。自給自足が不可能な国では，生産しない可能性も考えて特化のパターンを示す必要があり，それは Amano（1966）・池間（1993）・東田（2005）による図解をも変えてしまう可能性を秘めている。

このように中間財を含むと，実行できる生産・特化パターンが減る可能性や，世界全体では全ての財を生産して貿易しているのに貿易に参加できない国が存在する可能性がある。

以降は，全ての国が自給自足可能であることを仮定して話を進める。次節では，この図解の使用可能性を考える。

3.　図解の使用可能性

この価格を座標に取った図を利用する上で，この図の特徴を確認する。まず，同じ生産工程に特化する価格領域は凸になることを示す。今，第 j 生産工程が第 l 生産工程 $(l \neq j)$ より価値限界生産性が高い価格が 2 種類，$\left(1, p_2^A, p_3^A\right)$ と $\left(1, p_2^B, p_3^B\right)$ として存在したとする。これは等号を含めて書くと，

$$\begin{cases} c^i_{j1}+c^i_{j2}p^A_2+c^i_{j3}p^A_3 \geq c^i_{l1}+c^i_{l2}p^A_2+c^i_{l3}p^A_3, \\ c^i_{j1}+c^i_{j2}p^B_2+c^i_{j3}p^B_3 \geq c^i_{l1}+c^i_{l2}p^B_2+c^i_{l3}p^B_3, \end{cases}$$

と表せる。このとき，任意の $0<t<1$ に対して，

$$\begin{aligned} & c^i_{j1}+c^i_{j2}\left\{tp^A_2+(1-t)p^B_2\right\}+c^i_{j3}\left\{tp^A_3+(1-t)p^B_3\right\} \\ \geq\ & c^i_{l1}+c^i_{l2}\left\{tp^A_2+(1-t)p^B_2\right\}+c^i_{l3}\left\{tp^A_3+(1-t)p^B_3\right\}, \end{aligned}$$

が満たされる。ゆえに，同じ生産工程に特化する価格領域は凸になる。

次に，中間財の場合には満たされる $c^i_{jj}>0\geq c^i_{lj}(l\neq j)$ を利用して，境界の特徴を確認する。第 i 国において，第 1 生産工程に特化する価格領域と第 3 生産工程に特化する価格領域の共通する境界は，

$$c^i_{11}+c^i_{12}p_2+c^i_{13}p_3=c^i_{31}+c^i_{32}p_2+c^i_{33}p_3 \quad \therefore p_3=\frac{c^i_{12}-c^i_{32}}{c^i_{33}-c^i_{13}}p_2+\frac{c^i_{11}-c^i_{31}}{c^i_{33}-c^i_{13}},$$

となる。$c^i_{11}>c^i_{31}$ と $c^i_{33}>c^i_{13}$ から，この境界は第 2 財の価格 $p_2=0$ のときに第 3 財の価格 $p_3>0$ となるので，第 3 財の価格軸で正の切片を持つ。同様の分析で，第 1 生産工程に特化する価格領域と第 2 生産工程に特化する価格領域の共通する境界では，第 3 財の価格 $p_3=0$ のときに第 2 財の価格 $p_2>0$ となるので，第 2 財の価格軸で正の切片を持つ。また，第 2 生産工程に特化する価格領域と第 3 生産工程に特化する価格領域の共通する境界は，

$$c^i_{21}+c^i_{22}p_2+c^i_{23}p_3=c^i_{31}+c^i_{32}p_2+c^i_{33}p_3 \quad \therefore p_3=\frac{c^i_{22}-c^i_{32}}{c^i_{33}-c^i_{23}}p_2+\frac{c^i_{21}-c^i_{31}}{c^i_{33}-c^i_{23}},$$

となるので，この境界は正の傾きを持つ。

また，第 2 財の価格だけが特に高いときは第 2 生産工程に，第 3 財の価格だけが特に高いときは第 3 生産工程に特化する。どちらの価格も非常に低いときは第 1 生産工程に特化する。

そして，3 つの生産工程が価値で測って同じ限界生産性を持つ，3 つの境界の交点は

$$\begin{cases} c^i_{11}+c^i_{12}p_2+c^i_{13}p_3=c^i_{21}+c^i_{22}p_2+c^i_{23}p_3 \\ c^i_{11}+c^i_{12}p_2+c^i_{13}p_3=c^i_{31}+c^i_{32}p_2+c^i_{33}p_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} c^i_{22}-c^i_{12} & c^i_{23}-c^i_{13} \\ c^i_{32}-c^i_{12} & c^i_{33}-c^i_{13} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c^i_{11}-c^i_{21} \\ c^i_{11}-c^i_{31} \end{bmatrix},$$

を満たす。このとき

$$H \overset{\text{dfn.}}{=} \left(c^i_{22}-c^i_{12}\right)\left(c^i_{33}-c^i_{13}\right)-\left(c^i_{23}-c^i_{13}\right)\left(c^i_{32}-c^i_{12}\right),$$

と書くことにすると，中間財の無い場合と整合的になるには $H>0$ が満たされなければなら

ない。このとき，クラメールの公式を用いてこの解は，

$$p_2 = \frac{1}{H}\left\{\left(c_{11}^i - c_{21}^i\right)\left(c_{33}^i - c_{13}^i\right) - \left(c_{23}^i - c_{13}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{31}^i\right)\right\},$$
$$p_3 = \frac{1}{H}\left\{\left(c_{22}^i - c_{12}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{31}^i\right) - \left(c_{32}^i - c_{12}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{21}^i\right)\right\},$$

と書ける。このモデルの正負の符号を決めることを考える。先行研究である Amano（1966）・池間（1993）・東田（2005）のように，この価格は正になる方が整合的に分析できる。以上をまとめると次のような形に書ける。

命題 2（図解の使用可能性）

次の式が満たされるとき，図の第 1 象限に各生産工程の価値限界生産性が等しくなるか価格が存在する。第 k 財の価格だけが特別に高い場合には[7]，第 k 生産工程に特化する。

$$\begin{cases} \left(c_{22}^i - c_{12}^i\right)\left(c_{33}^i - c_{13}^i\right) > \left(c_{23}^i - c_{13}^i\right)\left(c_{32}^i - c_{12}^i\right), \\ \left(c_{11}^i - c_{21}^i\right)\left(c_{33}^i - c_{13}^i\right) > \left(c_{23}^i - c_{13}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{31}^i\right), \\ \left(c_{22}^i - c_{12}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{31}^i\right) > \left(c_{32}^i - c_{12}^i\right)\left(c_{11}^i - c_{21}^i\right). \end{cases}$$

この条件式の下で，価値限界生産性が全て等しくなる価格は存在する。中間財の無い場合にはこの仮定は満たされる。以上の下で図 1 のように，価格と特化する財生産との関係が図示され，中間財の無い場合と同様に図解による分析が可能になる。

もしこの条件が満たされない場合には，例えば第 k 財の価格が 0（ないしほぼ0）なのに第 k 生産プロセスに特化するような場合があり得る。そのため，この条件は図解が使えるための条件として満たされることが求められる。以降は満たされていることを仮定する。

この価格と特化の図解が描ければ，Ogawa（2012a）によって McKenzie（1954a）の鳥瞰図を描く方法も分かり，世界の生産可能性フロンティアの形状が分かるようになる。次節では，この分析を基に，東田（2005）で扱われていた複数の望ましい特化パターンの可能性について再検討しよう。

4. 複数の望ましい 1 対 1 の特化

ここからは複数の望ましい 1 対 1 の特化について取り上げる。その存在については

7） 第 1 財の価格だけが特別に高いとは，他の全ての財の価格が特別に低いことを意味する。

Shiozawa（2007）で確認されているので，存在するものとして議論は省略する。

中間財の無い場合には Jones（1961）によってその一意性が確認されている。n 国 n 財の一般的な場合において Jones（1961）が以下のような結果を得ている。3 国 3 財の場合で書く。

Jones（1961）の定理

中間財のない場合の，第 i 国が第 i 生産工程に 1 対 1 の特化で各国の価値限界生産性が全て一意的に最大化される正の価格体系が存在する必要・十分条件は $\prod_{i=1}^{3} c_{ii}^{i} > \prod_{i=1}^{n} c_{\sigma(i)\sigma(i)}^{i}$ が恒等置換 id を除く全ての置換関数 $\sigma(\neq id) \in S_3$ について成立することである[8)]。

まず中間財を必要としない場合での各財の生産技術係数 c_{jj}^{i} に以下の数値をあてはめよう。

$$\begin{bmatrix} c_{11}^{1} \\ c_{22}^{1} \\ c_{33}^{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{11}^{2} \\ c_{22}^{2} \\ c_{33}^{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{11}^{3} \\ c_{22}^{3} \\ c_{33}^{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix},$$

この数値例の下での世界のフロンティアは図 4 に示される通りである。第 i 国が第 i 生産工程に特化しているときの世界の生産点が世界のフロンティア上の唯一の端点 A となる[9)]。この 1 対 1 の特化のみ，世界の純生産額を最大にする価格体系が存在する。（中間財がなければ，Jones（1961）の定理によって，フロンティア上の現れる端点は高々 1 つである。）

東田（2005）では複数の望ましい 1 対 1 の特化が存在する可能性を，2 つの場合と 3 つの

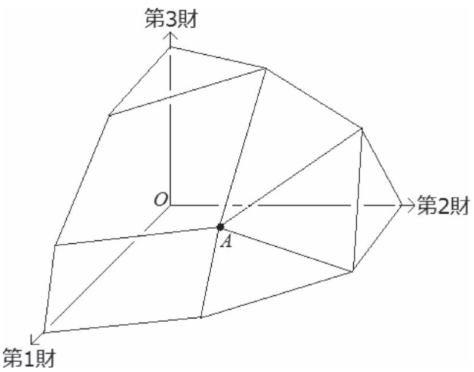

図 4 ：通常の 3 国 3 財モデル

8）（3 次の）置換関数とは $\{1,2,3\}$ から $\{1,2,3\}$ への 1 対 1 対応の関数，S_3 はその集合をいう。
9）端点とは，他の 2 点の内分点で表すことのできない点を指す。Kuhn（1968）によって，弱い意味で望ましいのは単なる生産可能性フロンティア上に存在する場合に対し，強い意味で望ましい条件として（全ての財が生産される下で，と付くが）この端点による表記法が存在し，世界の（純）生産額最大化との対応関係を示唆している。

場合で取り上げている。ここではそれを検証する。まずは 2 つの場合で数値例は少し変える。

中間財のある場合に 1 対 1 の特化を注目する場合は，その 1 対 1 の特化で世界経済として中間財の調達が可能であることを確認する必要がある。命題 1 と同様の形でホーキンズ・サイモンの定理から直接的に証明できる命題 3 を取り上げる。

命題 3　$\sigma \in S_3$ として第 i 国が第 $\sigma(i)$ 生産工程に特化する 1 対 1 の特化に対し，中間財を 3 国内だけで賄える労働賦存量 L^i の組み合わせが存在する必要・十分条件は，この 1 対 1 の特化の技術係数を並べた次の行列 A_σ の主座小行列式が全て正になることである。

$$A_\sigma \overset{\text{dfn.}}{=} \begin{bmatrix} c^1_{\sigma(1)\sigma(1)} & c^2_{\sigma(2)\sigma(1)} & c^3_{\sigma(3)\sigma(1)} \\ c^1_{\sigma(1)\sigma(2)} & c^2_{\sigma(2)\sigma(2)} & c^3_{\sigma(3)\sigma(2)} \\ c^1_{\sigma(1)\sigma(3)} & c^2_{\sigma(2)\sigma(3)} & c^3_{\sigma(3)\sigma(3)} \end{bmatrix}.$$

以下はこの条件が満たされているとし，中間財を 3 国内だけで賄える労働賦存量とする。本論文では証明を略すが，Kuhn（1968）が示唆した次のことが中間財のモデルでも成り立つ。

命題 4　$\sigma \in S_3$ とし，第 i 国が第 $\sigma(i)$ 生産工程に特化する 1 対 1 の特化で以下は同値である。

1.　この 1 対 1 の特化でフロンティア上の端点が生産点として形成される。
2.　この 1 対 1 の特化が世界の純生産額を一意的に最大にする世界の価格体系が存在する。

この命題により，フロンティア上の端点が世界の純生産額の最大化で特徴づけられる。

では数値例を確認する。第 3 国の第 3 生産工程で第 2 財が中間投入として必要になるとしよう。あとは先の例と同じとする。各国の各生産工程のアクティビティは次とする。

$$\begin{bmatrix} c^1_{11} \\ c^1_{12} \\ c^1_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^1_{21} \\ c^1_{22} \\ c^1_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^1_{31} \\ c^1_{32} \\ c^1_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c^2_{11} \\ c^2_{12} \\ c^2_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^2_{21} \\ c^2_{22} \\ c^2_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^2_{31} \\ c^2_{32} \\ c^2_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c^3_{11} \\ c^3_{12} \\ c^3_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^3_{21} \\ c^3_{22} \\ c^3_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c^3_{31} \\ c^3_{32} \\ c^3_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

この数値例は今までの 3 つの条件を全て満たしている。このときのフロンティアの形状は，

図 5 のようになる。図 5 の f 点はフロンティア上の端点となっているがこの点は第 i 国が第 i 生産工程に特化しているときの世界の生産点である。しかし図に見るように，他にもう一つフロンティア上に端点が g 点として存在している。この点では第 1 国が第 3 生産工程に，第 2 国は第 2 生産工程に，第 3 国は第 1 生産工程に完全特化している点である。このように，中間財を導入するとフロンティア上の端点が複数出現する可能性がある。

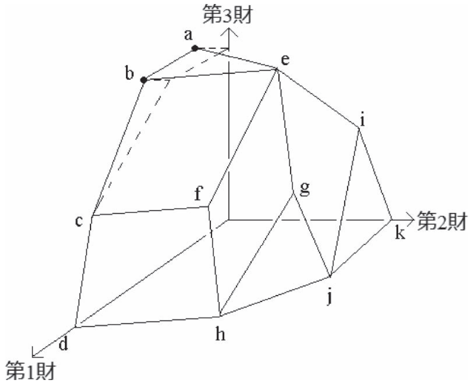

図 5 ：中間財を含んだ **3** 国 **3** 財モデル

中間財を導入した我々の例においてフロンティア上に端点がなぜ複数個出現するかについて，世界の純生産額の最大化という観点から，論じてみたい。命題 4 を思い出した上で，中間財のある場合の 3 国 3 財の場合を考えよう。この場合，図 5 で示されたようにフロンティア上に複数の端点が存在しうる。図 5 の 2 つの端点のうち端点 f において，しかもその点においてのみ世界の純生産額が最大となる価格体系の存在を示したのが図 6 である。このよう

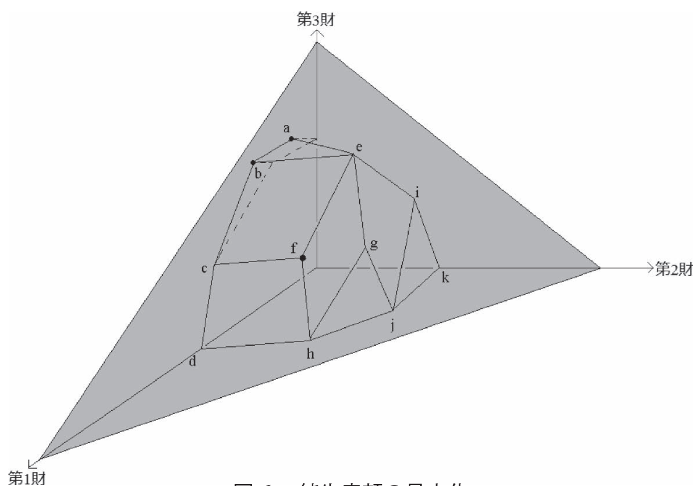

図 6 ：純生産額の最大化

な財価格体系の存在は，もう一つの端点についてもあてはまる。すなわち，中間財のある場合の3国3財においてもフロンティア上の端点では，その点のみで世界の純生産額が最大となる財価格体系が存在することになる。

フロンティア上の端点が世界の純生産額を最大にするような価格体系は複数存在する。このような価格体系の領域を，価格と特化の図を利用して示すことにしよう。今回の場合には図7を描くことができる。図7では各国について，原点に近い価格体系の領域は第1財生産への特化の領域であり，右下方向の領域と左上方向の領域はそれぞれ第2財生産と第3財生産に特化する領域となっている。この図における三角形fの領域に入る価格体系の下では，第1国，第2国，第3国それぞれが第1財生産，第2財生産，第3財生産に完全特化することが各国の純生産額，すなわちその総和である世界の純生産額を最大にする価格体系である。従って第1国，第2国，第3国それぞれが第1生産工程，第2生産工程，第3生産工程に1対1で特化して達成できる世界の生産点は，フロンティア上に存在する。この点は実際，図5のf点を表している。

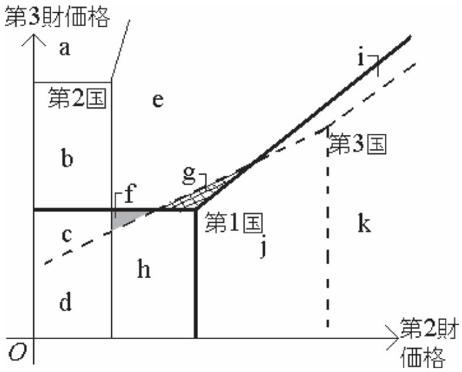

図7：複数の特化パターン

図7にはもう一つの1対1の特化となる価格体系の領域gが存在する。この領域に入る価格体系の下では，第1国，第2国，第3国それぞれが第3生産工程，第2生産工程，第1生産工程に1対1で特化することが各国の純生産額，すなわちその総和である世界の純生産額を最大にする。従ってこのような1対1の特化で生産される世界の生産点もまたフロンティア上に存在することになる。この点は図5のg点に対応する。

小川（2011）を参考にすると，この原因は，機会費用が正確に定義できないことによると考えられる。即ち，中間投入がなければ第1生産工程から第3生産工程に移すときに，第3財を1単位追加生産するために犠牲にするのは第1財であり，どの程度犠牲にするかは説明できる。しかし，今回の第3国で同様に考えると，他に第2財が中間投入として犠牲になっ

ているので，機会費用が正確に定義できない。

ここまでが2つの場合であり，東田（2005）でも数値例で分析をしている。しかし3つの場合では東田では図解でしか説明していない。この数値例を考える。今次の数値例を考えよう。

$$\begin{bmatrix} c_{11}^1 \\ c_{12}^1 \\ c_{13}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{21}^1 \\ c_{22}^1 \\ c_{23}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{31}^1 \\ c_{32}^1 \\ c_{33}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c_{11}^2 \\ c_{12}^2 \\ c_{13}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{21}^2 \\ c_{22}^2 \\ c_{23}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{31}^2 \\ c_{32}^2 \\ c_{33}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c_{11}^3 \\ c_{12}^3 \\ c_{13}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{21}^3 \\ c_{22}^3 \\ c_{23}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c_{31}^3 \\ c_{32}^3 \\ c_{33}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

この数値例は今までの3つの条件を全て満たしている。このときの価格と特化の図解は図8となる。Ogawa（2012a）を用いて，対応するMcKenzie（1954a）の鳥瞰図を描くと図9のように描ける。但し中間財投入分を考えると，この図9は全てが第1象限に来るのではなく，一部は中間財不足として実現不可能に陥る。この例だと，図8の領域A（薄い灰色の部分）が

（第1国，第2国，第3国）=（第1生産工程，第2生産工程，第3生産工程）

に1対1で特化していて，領域B（黒い部分）が

（第1国，第2国，第3国）=（第3生産工程，第2生産工程，第1生産工程）

に1対1で特化していて，領域C（濃い灰色の部分）が

（第1国，第2国，第3国）=（第2生産工程，第3生産工程，第1生産工程）

に1対1で特化している。望ましい1対1の特化が3つ現れていることが分かる[10)]。

この例で重要なこととして，領域A（薄い灰色）と領域C（濃い灰色）で示されている1対1の特化は，全ての国が特化する生産工程を変えていることにある。Jones（1961）のやり方を踏襲すれば，領域Aと領域Cでの1対1の特化を比べて，領域Cでの1対1の特化が望ましくないことを示すうえで，先の（1）を変形すると，

10）　D, E の部分は特化パターンを構成しているが，1対1には特化していない。

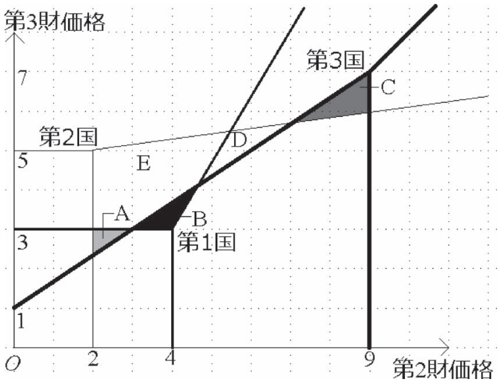

図 **8** ： **3** つの望ましい特化パターン

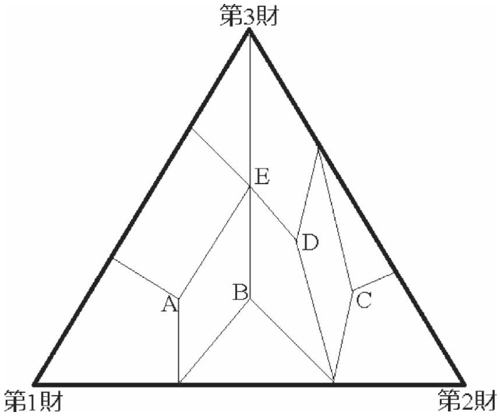

図 **9** ：対応する鳥瞰図

$$B\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} >> 0, \quad B = \begin{bmatrix} c_{11}^1 - c_{21}^1 & c_{12}^1 - c_{22}^1 & c_{13}^1 - c_{23}^1 \\ c_{21}^2 - c_{31}^2 & c_{22}^2 - c_{32}^2 & c_{23}^2 - c_{33}^2 \\ c_{31}^3 - c_{11}^3 & c_{32}^3 - c_{12}^3 & c_{33}^3 - c_{13}^3 \end{bmatrix},$$

となる $P = (p_1, p_2, p_3) >> 0$ が存在すればよかった。この B は非対角非正を満たしていないので，ホーキンズ・サイモンの定理は使えないが，今回の B のように $BP >> 0$ となる $P >> 0$ も，$-BP >> 0$ となる $P >> 0$ も両方存在する場合がある。

先程の 2 つになる場合では，中間財が入ると機会費用が正確に定義し難いことで説明をした。しかし，先の例では，第 1 国の特化する生産工程が一致しているから，今回の B のように 2 つの 1 対 1 の特化を比較する行列を作ると，全ての成分が 0 になる行が出てくる。従って，（1）から出てきた P に関する条件式の本数が減っているので，B に対応する行列の全ての成分が 0 になる行を除いて BP の全ての成分が正になる $P >> 0$ と，同様に全ての成分が 0

になる行を除いて $-BP$ の全ての成分が正になる $P>>0$ が両立しえた。今回の例では，$BP>>0$ となる $P>>0$ も，$-BP>>0$ となる $P>>0$ も両方存在する場合があるので，条件式の本数が減っていない。この方法では望ましい 1 対 1 特化の絞り込みができていない。

5. 終　わ　り　に

本論文ではリカード・レオンチェフ・モデルにおける図解の使用可能性について扱った。まず，自給自足可能でないと，図解に余計な三角形が現れることを確認した。同様に，中間財を世界経済で賄える環境が整っていないと，注目する 1 対 1 の特化が中間財不足により実現不可能になる可能性も確認した。それから，全ての生産工程の価値限界生産性が第 1 象限に来ることで池間（1993），Ogawa（2012a）等従来の議論と整合的になることとそのための条件を確認した。そして，3 つの望ましい特化パターンが出てくる可能性に関し，対応する数値例で示した。その数値例が示唆することとして，Jones（1961）が利用した，他の 1 対 1 の特化の 2 種類を比較することだけでは，両方とも望ましい 1 対 1 特化である可能性を否定できない。そのため，これだけでは望ましい 1 対 1 特化の絞り込みにつながっていない。

参　考　文　献

Amano, Akihiro（1966）: “Intermediate Goods and the Theory of Comparative Advantage: A Two-Country, Three-commodity Case”, Weltwirtschaftliches Archive, Vol. 96, pp. 340–345.

Deardorff, Alan V.（2005）: “Ricardian Comparative Advantage with Intermediate Inputs”, *North American Journal of Economics and Finance*, Vol. 16, Iss. 1, pp. 16–34.

Graham, Flank D.（1948）: *The Theory of International Values*, Princeton University Press.

Hawkins, David and Simon, Herbert A.（1949）: “Some Conditions of Macroeconomic Stability”, *Econometrica*, Vol. 17, No. 3, pp. 245–248.

東田啓作（2005）:「中間財と国際生産特化パターン――多数国多数財モデル――」石川城太，古沢泰治編著，『国際貿易理論の展開』第17章，pp. 289–302.

池間　誠（1993）:「国際生産特化パターンの確定」『一橋論叢』第110巻第 6 号，pp. 873–894.

Jones, Ronald W.（1961）: “Comparative Advantage and the Theory of Tariffs: A Multi-Country, Multi-Commodity Model”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 28, No. 3, pp. 161–175.

Kuhn, Halord W.（1968）: “Lectures on Mathematical Economics”, in *Mathematics of the Decision Science* Part 2, Providence, RI: American Mathematical Society, pp. 49–84.

McKenzie, Lionel W.（1954a）: “Specialization and Efficiency in World Production”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 21, No. 3, pp. 165–180.

McKenzie, Lionel W.（1954b）: “On Equilibrium in Graham’s Model of World Trade and Other Competitive Systems”, *Econometrica*, Vol. 22, No. 2, pp. 147–161.

McKenzie, Lionel W.（1955）: “Specialization in Production and the Production Possibility Locus”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 23, No. 1, pp. 56–64.

小川　健（2011）:「結合生産を含むリカードモデルでの特化パターン分析」『地域学研究』第41巻第 2 号，pp. 331–344.

Ogawa, Takeshi（2012a）: “Classification of the Frontier in the Three-country, Three-good Ricardian Model”,

Economics Bulletin, Vol. 32, Iss. 1, pp. 639–647.
小川　健（2012b）:「副生産物の輸出とある純粋交換経済における 1 考察」『経済科学研究』（広島修道大学・経済科学部・論集）第16巻第 1 号，広島修道大学・学術交流センター，pp. 27–42.
Ogawa, Takeshi（2013a）: “Three-Good Ricardian Model with Joint Production: A Schematic Reconsideration”, SSRN Working Paper, id=2242057, from http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2242057, 2013年 5 月31日接続.
小川　健（2013b）:「*n* 国 *n* 財モデルから *n* 国 *m* 財モデルへ」『経済科学研究』（広島修道大学・経済科学部・論集）第17巻第 1 号，広島修道大学・学術交流センター，pp. 79–89.
Shiozawa, Yoshinori（2007）: “A New Construction of Ricardian Trade Theory? A Many-country, Many-commodity Case with Intermediate Goods and Choice of Production Techniques?”, Evolutionary and Institutional Economics Review, Vol. 3, No. 2, pp. 141–187.
塩沢由典（2014a）:『リカード貿易問題の最終解決――国際価値論の復権』岩波書店.
Shiozawa, Yoshinori（2014b）: “Subtropical Convex Geometry as the Ricardian Theory of International Trade Contents”, from http://p.tl/BZaq,（shortened URL），2013年 5 月31日接続.