

# $n$ 国 $n$ 財モデルから $n$ 国 $m$ 財モデルへ

小 川 健\*

(受付 2013 年 5 月 31 日)

## 概 要

本論文では、アクティビティ・アナリシスを利用して分析する、リカード・モデルに結合生産を入れた場合において、国と財の数が異なる場合の分析を国と財の数が一致する場合にどのように帰着させるかを論じた。国の数の方が少ない場合は、各国を仮想的に地域に分割し、財の数に地域の数揃えることで国と財の数が一致する場合に帰着できる。国の数が多い場合は、財を仮想的に異なる商品名で分け、基の財の生産性をそのまま商品の生産性とした上で、基の生産工程を同じ分け方で生産プロセスに分けることで国と財の数が一致する場合に帰着できる。

キーワード リカード・モデル, 結合生産, アクティビティ・アナリシス

## 1. は じ め に

1つの生産方法から複数の種類の財が生産されることを結合生産という。現代では製造業・農業・環境などを中心に結合生産は欠かせなくなっている。堆肥の肥料としての利用はその最たるものであるし、OECD (2001) によると農業の多面的利用の側面として結合生産を取り上げている。また、戒能 (2012) ではコールドタル化成品などの生成において結合生産の例を取り上げているが、少なくとも日本の製造業においては単一の製品のみを作っているような例は稀としている。その日本においても FTA, EPA 交渉や TPP への交渉参加表明など貿易自由化の流れは最早避けられない。現代のグローバル化と技術のスピル・オーバー等を考えると、こうした結合生産が全世界に広まった中での自由貿易における世界のあるべき姿を包括的に検討することは重要なことである。そこでは、包括的に検討を行える結合生産を取り入れたリカードの比較優位の理論が欠かせない。しかし、ヘクシャー・オリー・モデルに結合生産を取り入れた貿易モデルに関し、Chang et al. (1980) や Uekawa (1984) を始めとする古典的な研究が数多く存在するものの、結合生産の入ったリカードの比較優位

---

\* 本稿を出す機会を与您て頂きました広島修道大学・学術交流センターの皆様へ感謝申し上げます。また、本研究は科研費若手研究 (B) (課題番号: 24730206) の助成を受けたものです。なお、本稿のありうべき誤りは全て筆者に帰します。

の研究はそれほど多くはない。結合生産の入ったリカード・モデルを取り扱う方法自体は Koopmans (1951) 等のアクティビティ・アナリシスの頃から存在するものの、実際のリカードの比較優位の研究となると小川 (2011, 2012b), Ogawa (2013b) など数えるほどしか存在しない。それらは何れも 2 国 2 財モデル, 2 国 3 財モデル, 3 国 3 財モデルが中心であり, Ogawa (2013b) で一部  $n$  国  $n$  財モデルが取り上げられているものの、一般的な議論は十分とは言えない。

さて、本来の多数国・多数財におけるリカードの比較優位では、かつての Graham (1948), McKenzie (1954a, 1954b, 1955) のように一般的には国と財の数が異なる場合の分析を行う。実際の条件の導出は Jones (1961) やその議論を一意的な条件と普遍的に使える条件に分けて整理した Kuhn (1968) のように、国と財の数が同じ場合の分析を先に行う<sup>1)</sup>。しかし、Graham (1948) がこのモデルの重要性を取り上げたものには 4 国 3 財モデルの場合等があり、そうした国と財の数が異なる場合に Jones (1961) の不等式がどう適用されるかの取り扱いが Ogawa (2013a) によって行われた。従って、結合生産の入ったリカードの比較優位の議論でも、国と財の数が同じ場合の分析と、その議論を国と財の数が異なる場合に拡張する議論の 2 種類が必要となる。そこで本稿では後者の立場として、Ogawa (2013a) の議論を結合生産のあるリカード・モデルに拡張する。

Ogawa (2013a) では、国の数が財の数より少なければ、国を同じ技術の地域に仮想的に分割して財の数に揃えることで、Jones (1961) の議論が適用可能であるとした。この方法は結合生産のあるモデルに拡張可能であり、本稿ではその点を先に取り上げる。また Ogawa (2013a) では、財の数が国の数より少なければ、同じ財に特化している国同士で異なる商品を作っていると想定し、商品の数を国の数に揃えることで Jones (1961) の議論が適用可能であるとした。この方法では副産物をどのように商品として扱うかが問題点として残る。そこで本稿では財を仮想的に異なる商品名で分け、基の財の生産性をそのまま商品の生産性とした上で、基の生産工程を同じ分け方で生産プロセスに分けることで、国と財の数が同じ場合の理論が適用可能となる、という方法を利用することで Ogawa (2013a) の議論が拡張可能であることを示す。これは別々の商品の名前がついているだけで実際には同じ財が何倍にも作られる、という一見奇異な設定である。しかし、各国は生産工程の選択に際し独立に、最も価値限界生産性の高い生産工程を選択するので、生産可能性フロンティア上にあることと同値になるのはその生産点を生産する方法（生産・特化パターン）で世界の総生産額が最も高くなるような価格体系が存在することになる。従って、同じ財から分けられた商品に関し、その生産性が同じであれば、一見商品別に分けた価格についてもその合計の価格がその

---

1) Jones (1961) の議論には解の存在の仮定があり、その証明の補完は Shiozawa (2013) によって行われた。

財の価格となるので、財の数が少ない場合への拡張が可能となる。本稿により国の数と財の数が異なった場合でも同じ場合の議論が適用可能となることで、国の数と財の数が同じ場合の議論に普遍性を持たせられる。

本稿の構成は次の通りである。次節にて結合生産の入りカード・モデルを導入し、基本的な事項を確認する。第 3 節で国の数の方が財の数より少ない場合の議論を行う。第 4 節で財の数の方が国の数より少ない場合の議論を行う。最終節は本稿のまとめとする。

## 2. モ デ ル

結合生産を許した  $n$  国  $m$  財 1 要素の世界経済を考え、要素は労働とする。生産関数は線形とする。まずは単純化のため、各国では各財を主産物とする生産工程が 1 つずつ存在するとする。労働生産性を示す技術係数として  $a_{jk}^i$  を、第  $i$  国で第  $j$  生産工程に 1 単位労働を投入した際に作られる第  $k$  財の量とし ( $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,m$ ,  $k=1,2,\dots,m$ )、非負とする。ここでは小川 (2011) に沿って、第  $k$  生産工程の主産物は第  $k$  財とし、他の財は副産物とするため、 $j \neq k$  ならば  $a_{jk}^i < a_{kk}^i$  を仮定する<sup>2)</sup>。第  $i$  国における第  $j$  生産工程への労働投入量を  $L_j^i$  とし、第  $i$  国の労働賦存量を  $L^i$  とし、正を仮定する。第  $i$  国の労働賦存量制約は

$$\sum_j L_j^i \leq L^i,$$

と書ける。世界の生産可能性集合を  $W$  とすると、

$$W := \left\{ X = (X_1, X_2, \dots, X_m) \geq 0 \mid X_k \leq \sum_{i,j} a_{jk}^i L_j^i, \sum_j L_j^i \leq L^i, L_j^i \geq 0 \right\},$$

と書ける<sup>3)</sup>。本稿では正の価値を持つ財の無償廃棄を許容する。この右上側の境界を生産可能性フロンティアとして扱うために、次の定義を行う。

**定義 1.** 世界の生産点  $X^* \in W$  がフロンティア上とは、 $X \geq X^*$  となる  $X \in W$  は  $X = X^*$  に限られ、 $X \gneq X^*$  となる  $X \in W$  は存在しないことを指す。

次に、価格ベクトルを  $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$  と書くことにし<sup>4)</sup>、以下の世界の総生産額の最大化問題

2) 主産物・副産物の定義に関しては、Ogawa (2013b) が  $n$  国  $n$  財モデルに結合生産を入れた場合で詳細に議論しているのでここでは詳細な議論を避ける。

3) 不等号表示は  $\geq, \gneq, \gg$  とする。

4) 本稿では行列の転置などに関して、文脈から明らかな場合は表記を避ける。

$$\max_{L_j^i \geq 0} \sum_k p_k \sum_{i,j} a_{jk}^i L_j^i \quad \text{s.t.} \quad \sum_j L_j^i \leq L^i, \quad (1)$$

を考える。この世界の総生産額最大化問題 (1) に関しては以下の事実が成り立つ。

**事実 1.**  $X \gg 0$  となる世界の生産点  $X \in W$  について次の 2 つは同値である。

- $X^*$  はフロンティア上にある。
- $X^*$  が世界の総生産額最大化問題 (1) の解になる価格体系  $P \gg 0$  が存在する。即ち,  $X^*$  を形成する労働配分  $L_j^i \geq 0$  が存在し, その労働配分が (1) の解になる価格体系  $P \gg 0$  が存在する。

この事実は直接的に証明可能なので, 本稿では証明を略す。フロンティア上よりも強い概念を考えるために, Kuhn (1968) に倣って端点を定義する。

**定義 2.**  $X^* \gg 0$  となる世界の生産点  $X^* \in W$  が端点とは,  $X^* = tA + (1-t)B$  となる  $A \in W, B \in W, 0 < t < 1$  は  $A = B$  の場合に限られ,  $X^* = tA + (1-t)B$  で  $A \neq B$  となる  $A \in W, B \in W, 0 < t < 1$  の組は存在しないことを指す。

この端点という概念に関し, 次の事実が成り立つ。

**事実 2.** 1.  $n \geq m$  で,  $X^* \gg 0$  となる世界の生産点  $X^* \in W$  に関し以下は同値である。

- $X^*$  は  $W$  上の端点である。
- $X^*$  を形成する労働配分  $L_j^i \geq 0$  が (1) の一意解になる価格体系  $P \gg 0$  が存在する。即ち,  $X^*$  を形成する労働配分  $L_j^i \geq 0$  がただ 1 つ存在し,  $X^*$  が (1) の一意解になる価格体系  $P \gg 0$  が存在する。

2.  $n < m$  のとき,  $X^* \gg 0$  となる, 副産物のみの財を含まない端点  $X^* \in W$  はない。

本稿ではこの事実は図的に明らかとして証明を略す。次に特化生産と特化パターン, そして Shiozawa (2007) に倣って分担的特化パターンについて定義をする。

**定義 3.** • 第  $i$  国が第  $l$  生産工程に特化するとは, 第  $l$  生産工程に第  $i$  国の全ての労働を投入すること, 即ち  $L_l^i = L^i, L_j^i = 0 (j \neq l)$  とする。不完全特化とは, ある国が 2 つ以上の生産工程に全ての労働を投入している状況を指す。

- 特化パターンとは, 各国が何かしらの生産工程に特化している状況を指す。
- 分担的特化パターンとは, 各国が全ての労働賦存量を使用している上で, 各財を生産している国が 1 つに限られる状況を指す。

この特化パターン・分担的特化パターンに関して次の事実が成り立つ。

- 事実 3.** 1. ある特化パターン・分担的特化パターンによる生産点がフロンティア上にあるか、端点を形成するかは技術係数だけで決まり、労働賦存量比率にはよらない。
2.  $n \geq m$  のとき、 $X^* \gg 0$  を満たす端点  $X^* \in W$  を形成する労働配分は特化パターンに限られる。

この事項も直接的に証明可能なので、本稿では証明を略す。以下は  $n = m$  におけるフロンティア上の端点に関する条件が明らかになった際を念頭に、次節で  $n < m$  の場合のフロンティア上の分担的特化パターンの決定条件を求める方法を、第 4 節では  $n > m$  の場合の端点を形成するフロンティア上の特化パターンの決定条件を求める方法を考察する。

### 3. 国の数の方が少ないとき： $n < m$ の場合

本節では国の数の方が少ないとき、即ち  $n$  国  $m$  財モデルでの  $n < m$  の場合において  $n = m$  の場合に如何に持ち込むかについて考察する。まずは 3 国 4 財モデルにおいて第 0 国、第 1 国、第 2 国が存在し、財として第 1 財から第 4 財が存在し、各国には第  $j$  財を主産物とする第  $j$  生産工程が 1 つずつ存在するとする。このとき、第 0 国が第 3 生産工程と第 4 生産工程に不完全特化し、第 1 国が第 1 生産工程に特化し、第 2 国が第 2 生産工程に特化する分担的特化パターンがフロンティア上の生産点を形成するかどうかを考える際、 $n = m$  のモデルに如何に持ち込むかを考える。このときは、Ogawa (2013a) に倣って第 0 国を第 3 地域と第 4 地域に仮想的に分割すればよい。即ち、次のようにして国を地域に仮想的に分割する。

まず、 $i = 1, 2$  のときは第  $i$  地域を第  $i$  国自体に設定すればよい。地域におけるパラメータには  $\wedge$  を付ければ、 $\hat{a}_{jk}^i := a_{jk}^i, \hat{L}^i := L^i (i = 1, 2)$  となる。次に、第 3 地域と第 4 地域は第 0 国と同じ技術水準を持つとする。即ち、 $\hat{a}_{jk}^i := a_{jk}^0 (i = 3, 4)$  とする。第 3 地域と第 4 地域の労働賦存量はその合計が第 0 国の労働賦存量になるように設定する。即ち、 $\hat{L}^3 + \hat{L}^4 = L^0$  が満たされると考える。このような  $\hat{L}^3, \hat{L}^4$  の組み合わせは色々あるが、この分割の仕方が基の国の場合での不完全特化における労働配分に対応することになる。

このようにすることで 3 国 4 財モデルが 4 地域 4 財モデルとなり、第  $i$  地域が第  $i$  生産工程に特化する特化パターンによる生産点がフロンティアに乗るどうかを考えることになる。国の数と財の数と同じ場合を地域の数と財の数と同じ場合に当てはめればよい。但し第 3 地域と第 4 地域の技術に関する条件は同じなので、第 3 国と第 4 国の特化する生産工程を入れ替えるだけでは条件は変わらない。従って、条件の適用の際にはその入れ替えに関する部分を取り除けばよい。仮に乗るのであれば、基の国に戻したときに、第 3 地域と第 4 地域で特化していた生産工程に第 0 国は不完全特化すればよい。これでベンチマークとなる方法は作

られたことになる。

一般の  $n$  国  $m$  財モデル ( $n < m$ ) の場合は次の主張の形にまとめられる。

**主張 1.**  $n < m$  となる  $n$  国  $m$  財モデルで、各国に各財を主産物とする生産工程が  $l$  つずつあるとする。国の数と財の数が同じ場合の方法が確立されれば、任意の分担的特化パターンによる生産点がフロンティア上に乗るかどうかの判断方法は、国を仮想的に地域の数になるまで分割することで国の数と財の数が同じ場合の方法が適用可能となる。

ここではこの適用方法を述べる。 $M(i) \neq \emptyset$ ,  $i \neq l$  ならば  $M(i) \cap M(l) = \emptyset$  かつ  $\bigcup_i M(i) = \{1, 2, \dots, m\}$  となるように第  $i$  国が特化する生産工程の集合を  $M(i) \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$  と設定する。任意の分担的特化パターンは (労働配分量の比率を除いて)  $M(i)$  の分け方を変えることで、この  $M(i)$  を利用して全て表すことができる。第  $i$  国は  $h \in M(i)$  を満たす全ての生産工程のみを生産する分担的特化パターンによる生産点がフロンティア上に乗るかどうかを判断する方法を考える。第  $i$  国を仮想的に  $\#M(i)$  個の地域に分割し、第  $h$  地域は  $h \in M(i)$  を満たす第  $i$  国から仮想的に分割されたものとする。 $h \in M(i)$  で  $\hat{a}_{jk}^h := a_{jk}^i$  かつ  $\sum_{h \in M(i)} \hat{L}^h = L^i$  を満たすように技術水準  $\hat{a}_{jk}^h$  と正の労働賦存量  $\hat{L}^h$  を決める。正の労働賦存量  $\hat{L}^h$  の配分には任意性が残るが、技術水準だけで特化パターンは基本的に決まるので問題ない。こうすることで  $n$  国  $m$  財モデルを  $m$  地域  $m$  財モデルに拡張できるので、国の数と財の数が同じ場合を地域の数と財の数が同じ場合に当てはめればよい。仮に乗るのであれば、同じ国から仮想的に分割された地域の技術は同じなので、条件の適用の際には同じ国から仮想的に分割された地域内での特化する生産工程の入れ替えは取り除くことになる。基の国に戻したときに、同じ国から仮想的に分割されていた地域で特化していた生産工程に地域での労働賦存量の分だけ労働投入する形で、基の国は不完全特化すればよい。

以上で国の数が財の数より少ない場合への適用方法が確立したことになる。次節では国の数の方が多い場合を取り上げる。

#### 4. 国の数の方が多いたとき： $n > m$ の場合

続いて、国の数が財の数より多い  $n > m$  での  $n$  国  $m$  財モデルの場合を考える。結合生産の無い場合には Ogawa (2013a) によると、複数の国が同じ財に特化している特化パターンにおいて、国ごとに同じ財を異なる商品に分類すればよいことが分かっている。しかし、この方法を結合生産のあるモデルに適用する場合には、副産物として生産される財をどのように商品として分類すればよいかが確定しない。本稿では財を商品に分けると、分けられた全

ての商品について副産物の財としての生産性と同じ生産性を持つ、という方法を利用することで Ogawa (2013a) の議論が拡張可能であることを示す。

まずはベンチマークとして 4 国 3 財モデルを考え、国の番号は  $i=1,2,3,4$  とし、財の番号を  $k=0,1,2$  とした上で、各財を主産物として持つ生産工程の番号を  $j=0,1,2$  で表すこととする。今第 1 国は第 1 生産工程に、第 2 国は第 2 生産工程に、第 3 国と第 4 国は第 0 生産工程に各々特化する特化パターンによる生産点がフロンティア上かどうかの判断方法を考える。第 0 生産工程での主産物は第 0 財なので、第 0 財を第 3 商品と第 4 商品に分ける。財に対しての生産工程と区別するため、商品で扱うときには生産プロセスと呼ぶことにする。 $i=1,2,3,4$  について第  $i$  国は第  $i$  生産プロセスに特化するための条件、と読み替えられるように生産プロセスや商品に対する条件を設定することがベンチマークでの目的となる。第  $i$  国における第  $j$  生産プロセスに労働 1 単位を投入して作られる第  $k$  商品の量を  $\hat{a}_{jk}^i$  と、第  $i$  国における第  $j$  生産プロセスへの労働投入量を  $\hat{L}_j^i$  として、 $\hat{a}_{jk}^i$  の決め方を考える。

まず、各国に生産プロセスを 4 つずつ用意することを考える。第 3 国で第 4 生産プロセスを、第 4 国で第 3 生産プロセスを選択しないように、 $k=1,2,3,4$  で  $\hat{a}_{4k}^3:=0, \hat{a}_{3k}^4:=0$  とする。第 3 国では第 0 生産工程を基に第 3 生産プロセスを、第 4 国では第 0 生産工程を基に第 4 生産プロセスを設定するように考え、

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_{3k}^3:=a_{0k}^3 (k=1,2), \quad \hat{a}_{3k}^3:=a_{00}^3 (k=3,4), \\ \hat{a}_{4k}^4:=a_{0k}^4 (k=1,2), \quad \hat{a}_{4k}^4:=a_{00}^4 (k=3,4), \end{array} \right.$$

と決める。第 1 国・第 2 国の第 3・第 4 生産プロセスは第 0 生産工程を基に

$$\hat{a}_{jk}^i:=a_{0k}^i (i=1,2; j=3,4; k=1,2), \quad \hat{a}_{jk}^i:=a_{00}^i (i=1,2; j=3,4; k=3,4),$$

と決める。各国の第 1・第 2 生産プロセスは第 1 生産工程・第 2 生産工程を基に

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_{jk}^i:=a_{jk}^i (j=1,2; k=1,2), \\ \hat{a}_{jk}^i:=a_{j0}^i (j=1,2; k=3,4), \end{array} \right.$$

と決める。以上の設定を組むことで、どの生産プロセスも第 3 商品と第 4 商品が同じだけ作られる  $\hat{a}_{j3}^i=\hat{a}_{j4}^i$  を満たす。従って、価格体系  $\hat{P}=(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3, \hat{p}_4) \gg 0$  の下で世界の総生産額最大化問題 (1) を書き換えた

$$\max_{\hat{L}_j^i \geq 0} \sum_{k=1}^4 \hat{p}_k \sum_{i,j} \hat{a}_{jk}^i \hat{L}_j^i \quad \text{s.t.} \quad \sum_j \hat{L}_j^i \leq L^i, \quad (2)$$

を考える。ある特化パターンが (2) の解・一意解になる価格体系  $\hat{P}=(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3, \hat{p}_4) \gg 0$  が

存在する基では,

$$\sum_{k=1}^4 \hat{p}_k \sum_{i,j} \hat{a}_{jk}^i \hat{L}_j^i = \sum_{k=1}^2 \hat{p}_k \sum_{i,j} \hat{a}_{jk}^i \hat{L}_j^i + (\hat{p}_3 + \hat{p}_4) \sum_{i,j} \hat{a}_{j3}^i \hat{L}_j^i,$$

と書き直せる。この結果,  $\hat{p}_3$  と  $\hat{p}_4$  の区別が事実上なくなる。その結果, 元々の問題 (1) においての価格体系  $P = (p_0, p_1, p_2) \gg 0$  として

$$p_k := \hat{p}_k (k=1,2), \quad p_0 := \hat{p}_3 + \hat{p}_4,$$

と置くことで, 財価格に関するパラメータの数が基の財の数に調整された。労働配分は,

$$L_j^i := \hat{L}_j^i (j=1,2), \quad L_0^i := \hat{L}_3^i + \hat{L}_4^i,$$

と置くことで, 任意の  $i=1,2,3,4$  で第  $i$  国が第  $i$  生産プロセスにあるための条件を基に第 1 国は第 1 生産工程に, 第 2 国は第 2 生産工程に, 第 3 国と第 4 国は第 0 生産工程に各々特化する特化パターンによる生産点がフロンティア上かどうかの判断できる。以上でベンチマークが設定できたことになる。

一般の場合, つまり  $n > m$  を満たす  $n$  国  $m$  財モデルでは次の主張が成り立つ。

**主張 2.**  $n > m$  となる  $n$  国  $m$  財モデルで, 各国に各財を主産物とする生産工程が 1 つずつあるとする。国の数と財の数と同じ場合の方法が確立されれば, 任意の特化パターンによる生産点がフロンティア上に乗るかどうかが・端点になるかの判断方法は, 財を仮想的に異なる商品に分けることで国の数と財の数と同じ場合の方法が適用可能となる。

ここではこの適用方法を述べる。 $M(j) \neq \emptyset$ ,  $j \neq l$  ならば  $M(j) \cap M(l) = \emptyset$  かつ  $\bigcup_j M(j) = \{1,2,\dots,n\}$  を満たすように第  $j$  生産プロセスに特化している国の集合を  $M(j)$  と設定する。任意の特化パターンは  $M(j)$  の分け方を変えることで,  $M(j)$  を利用して表現できる。まず商品の名称を財から付けるために集合  $M(k)$  を利用し,  $h \in M(k)$  を満たす任意の  $h$  において第  $k$  財を第  $h$  商品と名付ける。同様に  $g \in M(j)$  を満たす任意の  $g$  において第  $g$  生産プロセスの労働生産性, 技術水準を第  $j$  生産工程から

$$\hat{a}_{gh}^i := a_{jk}^i (g \in M(j), h \in M(k)),$$

と設定する。定義から直ちに  $h, h' \in M(k)$  では  $\hat{a}_{gh}^i = \hat{a}_{gh'}^i$  が成り立つので,

$$\bar{a}_{gk}^i := \hat{a}_{gh}^i (h \in M(k)),$$



とまとめておく。商品の価格体系  $\hat{P} := (\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n)$  を与えた下での世界の総生産額最大化問題 (1) は

$$\max_{\hat{L}_g^i \geq 0} \sum_{h=1}^n \hat{p}_h \sum_{i,g} \hat{a}_{gh}^i \hat{L}_g^i \quad \text{s.t.} \quad \sum_g \hat{L}_g^i \leq L^i, \quad (3)$$

と書き直せる。技術水準の定義からこの世界の総生産額は

$$\sum_{h=1}^n \hat{p}_h \sum_{i,g} \hat{a}_{gh}^i \hat{L}_g^i = \sum_{k=1}^m \sum_{h \in M(k)} \hat{p}_h \sum_{i,g} \bar{a}_{gk}^i \hat{L}_g^i = \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{h \in M(k)} \hat{p}_h \right\} \sum_{i,g} \bar{a}_{gk}^i \hat{L}_g^i,$$

の形で書き直せる。第  $i$  国が第  $i$  生産プロセスに特化する特化パターンによる生産点がフロンティア上、または端点になる条件が解明されれば、その際の商品の価格体系  $\hat{P} := (\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n)$  を利用して基の財価格  $p_k$  を

$$p_k := \sum_{h \in M(k)} \hat{p}_h,$$

と置くことで、価格パラメータの数を基の財の数に落とせる。このとき労働配分  $L_j^i$  は

$$L_j^i := \sum_{g \in M(j)} \hat{L}_g^i,$$

と置けばよい。但しこの方法ではベンチマークと異なり、基の同じ生産工程から派生した生産プロセスの間での交換に関する部分は区別されないので、第  $i$  国が第  $i$  生産プロセスに特化する特化パターンによる生産点がフロンティア上、または端点になる条件の中で基の同じ生産工程から派生した生産プロセスの間での交換に関する部分は外すことになる。このようにすることで、第  $i$  国が第  $j$  生産工程に特化する特化パターンによる生産点がフロンティア上、または端点になる条件が確立されたことになる。これで国の数の多い場合のモデルにおいて、国と財の数の場合の条件を適用する方法が確立した。

## 5. 結論と拡張可能性

本稿では国の数と財の数が異なる場合の結合生産を入れたりカード・モデルにおいて、国と財の数が同じ場合の理論をどのように拡張するかの方法を論じた。国の数の少ない場合は、国を仮想的に幾つかの地域に分割し、地域の数と財の数に合わせることで国と財の数が同じ場合の理論が適用可能となる。国の数の多い場合は、財を仮想的に異なる商品名で分け、基の財の生産性をそのまま商品の生産性とした上で、基の生産工程を同じ分け方で生産プロセスに分けることで、国と財の数が同じ場合の理論が適用可能となる。こうすることで、国と財の数が同じ場合の理論が適用可能になることが明らかとなった。

本稿では各財を主産物とする生産工程が各国に1工程ずつ存在する、という仮定を置いていた。本稿を締めくくる上でこの仮定について検討しよう。結合生産がある下では一般には生産工程の数は財の数と一致するとは限らない。また、生産工程の数が各国で異なる可能性も否めない。一般的には、 $n$ 国 $m$ 財モデルで、 $i=1,2,\dots,n$ において第 $i$ 国には生産工程の名前の集合 $J(i)$ が存在し、第 $i$ 国の生産工程は $j \in J(i)$ と書くことになる。この $\#j(i)$ は財の数 $m$ より多いか少ないかも一般には確定しない。しかし、Jones (1961)での理論を踏まえれば、ある特化パターンによる生産点がフロンティア上に乗るかどうか、端点になるかどうかの条件は、他の特化パターンとの比較の形で書けると考えられる。従って、ある特化パターンによる生産点がフロンティア上に乗るかどうか、端点になるかどうかの条件は、第 $i$ 国が $j \in J(i)$ を満たす第 $j$ 生産プロセスに特化する特化パターン全てないしその一部と比較する形で記載すればよい<sup>5)</sup>。従って、生産工程の数のみの違いは比較するものの数が変わるだけで比較的容易に拡張可能となる。

## 参 考 文 献

- [1] Chang, Winston W., Ethier, Wilfred J., and Kemp, Murray C. (1980): "The Theorems of International Trade with Joint Production," *Journal of International Economics*, Vol. 10, Iss. 3, pp. 377–394.
- [2] Graham, Flank D. (1948): *The Theory of International Values*, Princeton University Press.
- [3] Jones, Ronald W. (1961): "Comparative Advantage and the Theory of Tariffs: A Multi-Country, Multi-Commodity Model," *The Review of Economic Studies*, Vol. 28, No. 3, pp. 161–175.
- [4] Koopmans, Tjalling C. (1951): "Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities," *Activity Analysis of Production and Allocation* (edited by T. C. Koopmans). New York: John Wiley & Sons, Inc., pp. 33–97.
- [5] Kuhn, Halord W. (1968): "Lectures on Mathematical Economics," in *Mathematics of the Decision Science* Part 2, Providence, RI: American Mathematical Society.
- [6] McKenzie, Lionel W. (1954a): "Specialization and Efficiency in World Production," *The Review of Economic Studies*, Vol. 21, No. 3, pp. 165–180.
- [7] McKenzie, Lionel W. (1954b): "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems," *Econometrica*, Vol. 22, No. 2, pp. 147–161.
- [8] McKenzie, Lionel W. (1955): "Specialization in Production and the Production Possibility Locus," *The Review of Economic Studies*, Vol. 23, No. 1, pp. 56–64.
- [9] OECD (2001): *Multifunctionality towards an Analytical Framework*, from <http://www.oecd.org/dataoecd/43/31/1894469.pdf>, accessed on May 31st, 2013.
- [10] Ogawa, Takeshi (2012a): "Classification of the Frontier in the Three-country, Three-good Ricardian Model," *Economics Bulletin*, Vol. 32, No. 1, Feb. 2012, pp. 639–647.
- [11] Ogawa, Takeshi (2013a): "Application of Jones' Inequality to the n-country, m-good Ricardo-Graham Model," *Economics Bulletin*, Vol. 33, No. 1, pp. 379–387.
- [12] Ogawa, Takeshi (2013b): "Three-Good Ricardian Model with Joint Production: A Schematic Reconsideration," *SSRN Working Paper*, id=2242057, from [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2242057](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2242057), accessed on May 31st, 2013.

---

5) Jones (1961)では各財に特化する国の数で分類するクラス内でのみ比較すればよい、としていた。

- [13] Shiozawa, Yoshinori (2007): “A New Construction of Ricardian Trade Theory —A Many-country, Many-commodity Case with Intermediate Goods and Choice of Production Techniques—,” *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol. 3, No. 2, pp. 141–187.
- [14] Shiozawa, Yoshinori (2013): “*Subtropical Convex Geometry as the Ricardian Theory of International Trade Contents*,” from <http://p.tl/BZaq>, (shorten URL), accessed on May 31th, 2013.
- [15] Uekawa, Yasuo (1984): “Some Theorems of Trade with Joint Production,” *Journal of International Economics*, Vol. 16, Iss. 3–4, pp. 319–333.
- [16] 小川 健 (2011): 「結合生産を含むリカードモデルでの特化パターン分析」『地域学研究』第41巻第2号, pp. 331–344.
- [17] 小川 健 (2012b): 「副生産物の輸出とある純粋交換経済における 1 考察」『経済科学研究』(広島修道大学・経済科学部・論集) 第16巻第 1 号, 広島修道大学・学術交流センター, pp. 27–42.
- [18] 戒能一成 (2012): 「総合エネルギー統計の解説 2010年度改訂版」RIETI, <http://www.rieti.go.jp/users/kainou-kazunari/download/index.html>, 2013年 5 月31日接続.